

**O MODELO ECONÔMICO DA EMPRESA EM CONDIÇÕES DE INCERTEZA APLICAÇÃO DO  
MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO**

**Autor: Luiz João Corrar**

Mestre e Doutor do Departamento de  
Contabilidade e Atuária da FEA/USP.  
Professor do Departamento de  
Contabilidade e Atuária da FEA/USP.

## **Introdução**

A maior parte das empresas ainda utiliza o modelo econômico tradicional no seu processo de planejamento. Denominamos de modelo tradicional aquele em cuja concepção não se leva em conta o fator incerteza. Utilizam-se modelos determinísticas como instrumentos auxiliares ao processo decisório embora o ambiente em que as decisões são tomadas seja o de incerteza. O administrador, normalmente, não tem condições de avaliar as probabilidades inerentes aos diversos estados da natureza que influenciam nas decisões. Entretanto, pode se basear na experiência adquirida e no bom senso para a obtenção de probabilidades subjetivas relacionadas com os referidos estados da natureza.

Este trabalho tem por objetivo mostrar como o Modelo de Simulação de Monte Carlo pode ser útil ao processo de tomada de decisões em condições de incerteza.

O Modelo Econômico Tradicional

O modelo econômico tradicionalmente utilizado pelas empresas é

dado pela expressão:

$$L = (P - V) \cdot X - F$$

onde:

L = lucro total

P = preço unitário de venda do produto

V = custo variável por unidade

X = volume de vendas

F = custo fixo total

Normalmente, as empresas consideram que todas as variáveis de entrada deste modelo, ou sejam: preços de venda, custos e volumes de produção, são conhecidas com certeza.

Entretanto, como vivemos num mundo de incertezas tal modelo fica desatrelado da realidade, perdendo parte de sua utilidade como instrumento de planejamento das empresas.

Na realidade todas as variáveis do modelo podem apresentar um comportamento aleatório. O termo aleatório é utilizado para indicar que o valor que tal variável assume num experimento depende da ocorrência do experimento que, por sua vez, depende do acaso (HOEL, 1.963)

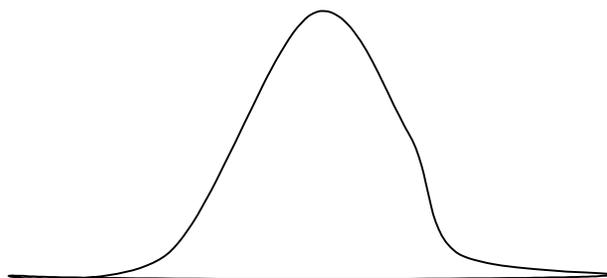
O fato, por exemplo, de o volume de vendas se comportar como uma variável aleatória significa que as previsões relativas às unidades a serem vendidas de cada produto não se constituem num dado único, mas podem assumir uma série de valores, que por sua vez, dependem do acaso.

### **Modelo Econômico em Condições de Incerteza**

O primeiro trabalho que levou em conta o fator incerteza no modelo em análise se deve a JAEDICKE e ROBICHEI( 1.964).

Os referidos autores assumiram que as variáveis de entrada do modelo se comportavam como variáveis aleatórias contínuas. A variável aleatória é denominada contínua quando pode assumir um conjunto contínuo de valores (SPIEGEL, 1.967).

Um dos mais importantes exemplos de distribuição contínua de probabilidades é a distribuição normal. A distribuição normal de probabilidades é uma curva uniforme, simétrica, contínua e configurada sob a forma de sino, como mostra a Figura 1.



No eixo dos X são colocados os pontos relativos & variável contínua que pode ser por exemplo o volume de vendas. Nesse eixo, o ponto  $\mu$  representa a média aritmética da distribuição. Verifica-se que  $\mu$  está escrito no ponto de simetria do eixo dos X. A curva alcança o valor máximo nesse ponto, e metade da área fica & esquerda de  $\mu$  e a outra metade à direita.

Ainda nesse eixo,  $\sigma$  representa o desvio padrão em relação & média  $\mu$ , ou seja representa o grau de dispersão dos dados em relação à média.

/

Uma propriedade da curva normal é que a sua localização e forma ficam completamente determinadas pelos respectivos valores da média do desvio padrão  $\sigma$ . O valor de  $\mu$ , centra a curva, quanto o valor de  $\sigma$  determina a extensão da dispersão.

virtude de se poder determinar, completamente, a forma da curva normal a partir do conhecimento do seu desvio padrão, é possível reduzir todas as curvas normais a uma curva—padrão através de uma simples mudança de variável. Torna—se muito mais simples trabalhar com uma curva que tem média igual a zero e desvio padrão igual a 1, que são as características dessa curva padrão. Assim, qualquer curva normal pode ser reduzida a essa curva padrão, denominada curva normal reduzida.

De maneira geral, se um determinado ponto X localizado sobre o eixo de uma curva normal com média e desvio padrão o corresponde a um ponto Z sobre a curva normal—padrão, então o ponto X está a Z desvios padrão para a direita de  $\mu$ . A relação entre pontos correspondentes é dada pela expressão:

$$x = \mu, + z \sigma$$

se Z for expresso em termos de X,

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Esta expressão permite que se ache o ponto Z sobre a curva normal o que corresponde a qualquer ponto X sobre a curva normal não-padrão.

Desta forma ao expressar todos os valores de uma curva normal, termos dos valores de uma curva—padrão normal, todas as curvas normais podem ficar reduzidas a uma curva-padrão única.

Os valores de Z, por sua vez, são tabelados e podem ser encontrados em qualquer livro de estatística. Conhecido o valor de Z, consulta-se essa tabela que informa sobre o valor da área da distribuição normal-padrão. Essa área representa a probabilidade de uma variável ser igual a Z desvios padrões da média.

Como exemplo, considere o caso em que a média da distribuição das e uma empresa é de 20.000 unidades. Suponha que a sua distribuição apresente um desvio padrão de 4.000 unidades. Poder—se calcular a probabilidade de as vendas se situarem entre 20.000 e 22.000 unidades.

Como:

$\mu = 20.000$ ,  $\sigma = 4.000$  e  $X = 22.000$ , o valor de Z é dado por:

$$Z = \frac{22.000 - 20.000}{4.000} = 0,50$$

Consultando a tabela de distribuição normal, verifica—se que o valor de  $Z = 0,50$  corresponde à 0,1915. Isso significa que a probabilidade de as vendas se situarem entre 20.000 e 22.000 unidades é de 19,15%.

Desenvolvidos alguns conceitos fundamentais da distribuição normal, e dado seu aspecto prático, diversos autores passaram a utiliza-la na resolução de problemas relacionados com o modelo

econômico em condições de incerteza, para cálculo das probabilidades de atingir diversos níveis de lucros ou de prejuízos.

### **A Validade da Distribuição Normal do Lucro**

Mesmo sabendo que as variáveis de entrada do modelo são normalmente distribuídas, não se pode inferir que a variável resultante lucro (L) é normalmente distribuída. Isso porque a soma ou a diferença entre duas ou mais variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas resulta em outra variável aleatória independente e normalmente distribuída. Entretanto, o produto de duas ou mais variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas não resulta, necessariamente, em outra variável aleatória normalmente distribuída.

Portanto, a expressão  $(P - V) \cdot X$  pode não apresentar uma distribuição normal, mesmo considerando que a distribuição de cada uma dessas variáveis seja normal.

Um teorema de CRAIG E AROIAN ( AROIAN, 1.974 E CRAIG, 1.936), estabelece que o produto de duas variáveis aleatórias normalmente distribuídas e estatisticamente independentes se aproxima de uma distribuição normal somente quando seus coeficientes de variação se aproximam de zero. Portanto, devido a esse teorema, recomenda-se abandonar o uso da distribuição normal do lucro, apesar da praticidade de sua utilização, nas situações em que todas as variáveis envolvidas tem comportamento aleatório.

### **Modelos de Simulação**

O modelo tradicional pode ser classificado como determinístico porque dado um valor para cada uma das variáveis de entrada, o lucro é determinado de forma inequívoca. Por outro lado, quando para cada valor das variáveis de entrada existe uma distribuição de probabilidades dos valores a serem assumidos pela variável dependente, o modelo é denominado probabilístico ou estocástico (ACKOFF, 1.962). Os modelos probabilísticos são os mais adequados à realidade porque levam em conta o fator incerteza, bem como as relações entre as variáveis que o compõem.

A simulação é uma técnica que possibilita representar uma determinada situação traduzindo-a em termos matemáticos.

A técnica de simulação é um instrumento poderoso que possibilita trabalhar com as mais diversas formas de distribuição de probabilidades e de dependência entre as variáveis. Tem também o poder de resolver problemas de diferentes níveis de complexidade.

A técnica de simulação também pode ser utilizada na resolução de modelos determinísticos complexos, caso em que busca a solução através de um processo de aproximações sucessivas.

Quando utilizada na solução de modelos probabilísticos, a simulação utiliza os dados amostrais das distribuições de probabilidades das variáveis de entrada, processa essas informações dentro do modelo específico, e obtém como saída as distribuições de probabilidades da variável resultante (lucro).

### **O Método de Monte Carlo**

O método de Monte Carlo é um tipo especial de simulação utilizada em modelos envolvendo eventos probabilísticos. Esse método é denominado de Monte Carlo porque utiliza um processo aleatório, tal como um lançamento de dados ou o girar de uma roleta, para selecionar os valores

de cada variável em cada tentativa (MORSE, 1.986). Este método permite, essencialmente, simular o comportamento de processos que dependem de fatores aleatórios (SOBOL, 1.983).

O método de Monte Carlo originou-se do trabalho de VON NEUNANN e ULAN desenvolvido em 1.940, e consistia numa técnica que foi utilizada para solucionar problemas de blindagem em reatores nucleares (NAYLOR et alii, 1.966).

Para que se possa entender como esse método funciona será apresentado um exemplo bastante simplificado envolvendo apenas uma variável aleatória.

Suponha que determinado produto apresente a distribuição para o volume de vendas dos últimos dias conforme Quadro 1, coluna 2.

**Quadro 1 Distribuição do Volume de Vendas do Produto**

Volume de Vendas por Dia	Distribuição do Volume de Vendas		Números de Rótulo
	----- Simples	Acumulado	
0	0,05	0,05	00—04
1	0,10	0,15	05—14
2	0,15	0,30	15—29
3	0,30	0,60	30—59
4	0,25	0,85	60—84
5	0,15	1,00	85—99

A empresa deseja prever a distribuição do volume de vendas para os próximos 10 dias. O passo inicial, é determinar a denominada função de distribuição acumulada, que está demonstrada na coluna 3 do Quadro 1, e que é representada pela soma das distribuições de probabilidades simples de forma cumulativa ao longo do período.

Tomando—se por base a função de distribuição acumulada é montada a coluna 4 do Quadro 1. Os valores ali constantes representam os intervalos de classe da função de distribuição acumulada e refletem as probabilidades dos vários volumes de vendas. Aos valores assim obtidos dá-se o nome de números de rótulo, e mostram o limite inferior e o superior, respectivamente, de cada intervalo de classe. Verifica-se que representam números que variam de 0 a 99.

O passo seguinte é gerar números aleatoriamente a partir de um conjunto de números compreendidos entre os valores 0 e 99. Esses números poderiam ser obtidos através do girar de uma roleta, ou a partir de tabelas de números aleatórios, ou mesmo através de computador.

Suponha que tenham sido gerados os números aleatórios de acordo com a ordem apresentada no Quadro 2:

Quadro 2  
Números Aleatórios

14 74 24 87 07 45 26 66 26 94
-------------------------------

Verifica-se que o primeiro número gerado, ou seja 14, corresponde ao número de rótulo 05-14 (Quadro 1, coluna 4) que se refere por sua vez ao volume de vendas de 1 unidade por dia (coluna 2 do mesmo Quadro). Assim, através desse processo é possível estimar os volumes de vendas dos próximos 10 dias, representados no Quadro 3.

Quadro 3 Estimativa dos Volumes de Vendas

Dia	Volume de Vendas (em unidades)
1	1
2	4
3	2
4	5
5	1
6	3
7	2
8	4
9	2
10	5

Cabe salientar que, ao montar os números de rótulo (Quadro 1, coluna 4), foram considerados valores que variaram entre 00 e 99. Como se viu, esses números representam as probabilidades dos diversos valores da variável, sendo que sua seqüência deve estar sempre fechada. O importante a salientar é que o número de dígitos usados nos números de rótulo deve ser o mesmo que o número de casas decimais nas probabilidades dos diversos valores da variável. Assim, também, o número de dígitos usado nos números aleatórios deve ser o mesmo que o número de dígitos usados nos números de rótulo ( SHAMBLIN et alter, 1.979).

#### **A Determinação das Distribuições de Probabilidade**

As decisões gerenciais, geralmente, necessitam de estimativas dos valores das variáveis envolvidas. Quando se dispõe de dados passados relacionados a essas variáveis, podem ser usadas certas técnicas estatísticas, como por exemplo a análise de regressão, para a estimativa de seus comportamentos futuros.

Entretanto, em muitos casos ou os dados passados não estão disponíveis ou apresentam muita deficiência. Nesses casos, o dirigente necessita elaborar estimativas subjetivas que refletem suas expectativas quanto ao comportamento futuro dessas variáveis. As estimativas subjetivas podem ser obtidas a partir da experiência do próprio dirigente ou de um grupo de especialistas

Obtidas as informações relativas às probabilidades subjetivas por parte de um grupo de especialistas é possível efetuar o tratamento desses dados de forma a se poder trabalhar com estimativas que poderão ser formuladas em três níveis, a saber: estimativa otimista, estimativa mais provável e estimativa pessimista.

A estimativa mais provável corresponde à média das opiniões dos especialistas. As estimativas otimistas e pessimistas poderão ser obtidas considerando-se um desvio padrão acima ou um desvio padrão abaixo da média, respectivamente (BOUCINHAS, 1.972).

### **Aplicação da Técnica de Simulação de Monte Carlo Considerando a Incerteza em Todas as Variáveis**

Neste tópico apresenta-se um caso em que todas as variáveis do modelo econômico (1) serão consideradas como aleatórias. Será utilizado o método de Monte Carlo para simular as distribuições de cada variável e computar o lucro para cada combinação simulada do preço de venda, custo variável, custo fixo e volume de vendas. Suponha os seguintes dados de entrada:

<b>Volume de Vendas (Unidades)</b>	<b>Probabilidade</b>
-----	-----
3.800	0,4
4.800	0,3
5.500	0,3
<b>Preço de Vendas Unitário (\$)</b>	<b>Probabilidade</b>
-----	-----
1.500	0,2
1.800	0,5
2.200	0,3
<b>Custo Variável Unitário (\$)</b>	<b>Probabilidade</b>
-----	-----
700	0,3
1.000	0,4
1.500	0,3
<b>Custo Fixo (\$)</b>	<b>Probabilidade</b>
-----	-----
3.200	0,2
3.500	0,6
3.800	0,2

No caso, as probabilidades são subjetivas e representam as médias das opiniões de uma equipe de especialistas da empresa.

Os dados são introduzidos num programa de computador que utiliza números aleatórios para simular as distribuições e calcular o lucro esperado, as distribuições de probabilidades do lucro e O respectivo desvio padrão.

A saída do programa apresenta os resultados apresentados no Quadro 4.

Quadro4

**Distribuição de Probabilidades do Lucro**

NÍVEIS DE LUCRO (1)		PROBABILIDADES		PROBABILIDADES
(\$)	(\$)		%	ACUMULADAS
	L <	—3.000.000	6	6
- 3.000.000	> L <	—2. 500.000	1	7
- 2.500.000	> L <	—2.000.000	8	15
1 - 2.000.000	> L <	—1.500.000	4	19
1 - 1.500.000	> L <	—1.000.000	2	21
1 - 1.000.000	> L <	— 500.000	6	27
- 500.000	> L <	0	13	40
0	> L <	500.000	15	55
500.000	> L <	1.000.000	14	69
1 1.000.000	> L <	1.500.000	5	74
1.500.000	> L <	2.000.000	5	79
1 2.000.000	> L <	2.500.000	4	83
1 2.500.000	> L <	3.000.000	8	91
1 3.000.000	> L <	3.500.000	2	93
1 3.500.000	> L <	4.000.000	4	97
1 4.000.000	> L <	5.000.000	2	99
1 5.000.000	> L <		1	100

**Outros parâmetros obtidos:**

<b>Lucro Esperado</b>	=	\$	<b>357.400</b>
<b>Lucro Máximo</b>	=	\$	<b>5.050.000</b>
<b>Prejuízo Máximo</b>	=	\$	<b>3.800.000</b>
<b>Desvio Padrão</b>	=	\$	<b>1.952.230</b>

Os resultados do Quadro 4 foram obtidos utilizando-se 100 tentativas e 50 iterações para cada tentativa o que resulta em 5.000 simulações.

Analisando-se os resultados verifica—se por exemplo, que:

- há 40% de probabilidade de se obter prejuízo
- há 60% de probabilidade de se atingir pelo menos O ponto de equilíbrio;

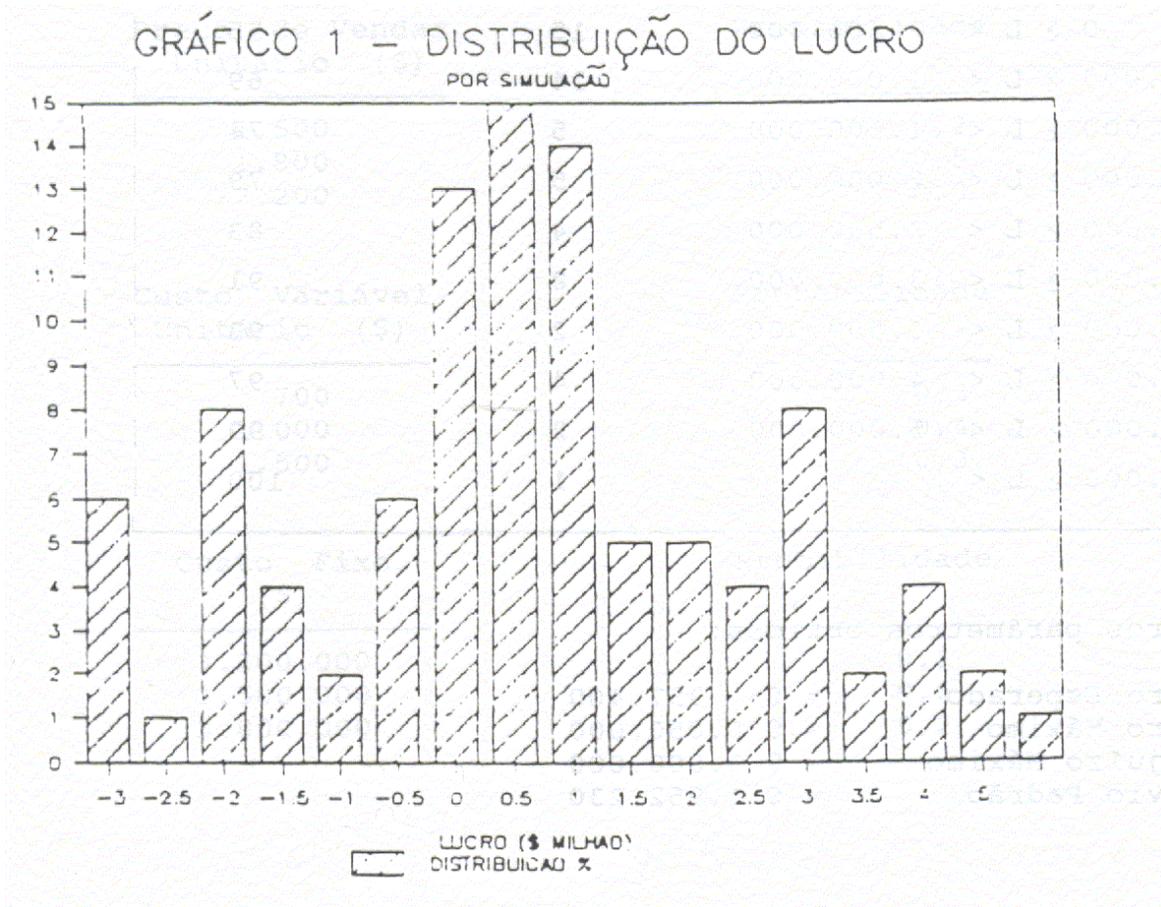
- a probabilidade de o lucro se situar entre \$ 0 e \$ 1.000.000 é de 29%.

A vantagem do método apresentado, é que não é necessário conhecer a forma de distribuição do lucro. Esse método permite ainda, que se incorpore a relação de dependência entre as variáveis envolvidas.

Apesar de se adotar como exemplo um caso relativamente simples, ainda assim, foi possível mostrar os conceitos gerais, como se aplica e sua utilidade para o administrador como instrumento auxiliar no processo de tomada de decisões em condições de incerteza.

O Gráfico 1 apresenta a distribuição do lucro por simulação.

CRÁFICO 1 — DISTRIBUIÇÃO DO LUCRO POR SIMULAÇÃO



### Conclusões

O modelo econômico tradicional ainda tem sido muito útil como instrumento gerencial, ajudando a administração da empresa a tomar decisões como por exemplo: na determinação do nível ótimo de produção para uma empresa de um único produto; no cálculo do melhor "mix" de produção para uma empresa com multiprodutos, etc.

Entretanto, o modelo tradicional considera que as variáveis do modelo são conhecidas com certeza, ignorando dessa forma o fator incerteza que é inerente ao processo de tomada de decisões.

Porém, para a construção de modelos mais adaptáveis à realidade é necessário considerar que as variáveis componentes podem assumir um comportamento aleatório.

Os modelos determinísticos continuam a apresentar grande utilidade. Entretanto, os modelos probabilísticos, por serem mais ajustados à realidade, dotam a administração de instrumentos mais úteis ao processo de tomada de decisões porque permitem conhecer:

para o caso de urna empresa com um único produto ( que foi a situação tomada como exemplo)

- qual a probabilidade que apresenta o produto de atingir o ponto de equilíbrio;
- qual a probabilidade que apresenta o produto de atingir prejuízo, ou de alcançar determinada faixa de lucro;

para o caso de uma empresa com multiprodutos

- qual o produto que apresenta a maior probabilidade de atingir o ponto de equilíbrio;
- qual o produto que apresenta a menor probabilidade de atingir prejuízo, ou a maior probabilidade de alcançar determinada faixa de lucro.

Um problema inicial que se apresenta para o desenvolvimento de modelos probabilísticos é que, estes requerem o conhecimento da forma de distribuição não só das variáveis de entrada, ou sejam:

preço unitário de venda, custo unitário variável, volume de vendas e custo fixo total, como também da variável resultante, ou seja, o lucro total.

A vantagem da adoção da distribuição normal é que, conhecendo-se sua média e desvio padrão, é possível determinar a probabilidade de se atingir pelo menos determinado ponto qualquer da distribuição praticamente através de simples consulta à Tabela de Distribuição Normal Reduzida.

Por outro lado, verificou-se que embora a hipótese da distribuição normal seja bastante simplificadora, só é válida em termos restritos . A distribuição normal para os modelos econômicos em condições de incerteza é rigorosamente justificável somente para os casos em que as variáveis de entrada possuam pequenos coeficientes de variação, ou quando as variáveis: preço unitário o e custo variável unitário são determinísticas.

A simulação é uma técnica que usa um processo estocástico para determinar, através de múltiplas tentativas, a natureza das distribuições de probabilidades que seriam difíceis de se determinar pelos procedimentos estatísticos padrões.

Uma das grandes vantagens da técnica de simulação é que os modelos que a utilizam podem acomodar diferentes graus de complexidade. Além disso, essa técnica permite que se incorpore a relação de dependência entre as variáveis envolvidas. Por outro lado, com adoção dessa técnica não é necessário conhecer a forma de distribuição da variável resultante ( o lucro). Como exemplo, apresentou-se um modelo em que se aplica o método de Monte Carlo, e se considera a incerteza em todas as variáveis de entrada

A utilização das técnicas de simulação fica bastante facilitada com o auxílio dos microcomputadores. Entretanto, é preciso salientar que devido ao atual estágio de desenvolvimento técnico e de disponibilidade de recursos materiais e humanos por parte da maior parcela das empresas brasileiras, torna-se difícil o uso disseminado das técnicas de simulação no Brasil.

Finalizando, parece ter ficado demonstrado neste trabalho que a técnica de simulação pode ser de grande utilidade como instrumento auxiliar no processo de planejamento e tomada de decisões por parte da administração.

### **Bibliografia**

- ACKOFF, Russel L. "A Concept of Corporate Planning" New York. John Wiley & Sons, mc., 1.970.
- AROIAN, Leo A. "The Probability Function of The Product of Two Normaly Distributed Variables' The Annals of Mathematical Statistics, 1.974.
- BOUCINHAS, J. F. da Costa "A Aplicação de Modelos ao Processo de Planejamento na Empresa" Tese de Doutorado . Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, 1.972.
- CORRAR, Luiz J. "Análise das Relações Custo—Volume—Lucro para Multiprodutos em Condições de Incerteza" Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, 1.990.
- GRAIG, Cecil C. "On the Frequency Function of XY" Annals of Mathematical Statistics, Vol. 7, 1.936.
- HOEL, P. G. "Estatística Elementar" Rio de Janeiro. Editora Fundo de Cultura, 1.963.
- JAEDICKE, R. K., e ROBICHEC, A. A. "Cost-Volume-Profit Analysis under Conditions of Uncertainty" , The Accounting Review October, 1.964)..
- MORSE, Wayne J. e ROTH, Harold P. "Cost Accounting: Processing, Evaluating, and Using Cost Data". Third Edition. Addison Wesley Publishing Company, 1.986.
- NAYLOR, T. E.; BALINTFY, J.L.; BURDICK, D. S. e CRU, K. "Computer Simulation Techniques". Wiley & Sons, 1.966.
- SHAMBLIN, James E. STEVENS Jr., G. T. Editora Atlas , 1.979. "Pesquisa Operacional". 1."O Método de Monte Carlo". Editora Mir, 1.983.
- SOBOL I. "O método de Monte Carlo". Editora Mir, 1.983.
- SPIECEL, M.R. "Probabilidade e Estatística" . São Paulo, McGraw Hill do Brasil, 1.967.