

Consumo, restrição a liquidez e bem-estar no Brasil*

João Victor Issler[§]
Fernando de Paula Rocha[▫]

RESUMO

Usando-se um modelo padrão da literatura de macroeconomia, este artigo avalia qual é o ganho de bem-estar para o Brasil da suavização do ciclo econômico. Nosso procedimento segue a proposta de Lucas (1987) de decompor o consumo agregado em uma parte que representaria a sua tendência e outra que representaria o seu ciclo. Para estimar estes dois componentes do consumo, usa-se aqui um modelo econométrico baseado numa representação estado-espço para a renda e o consumo, levando em conta o fato de que renda e o consumo têm que obedecer uma relação de longo prazo pela Teoria da Renda Permanente, e uma relação de curto prazo caso haja restrições à liquidez. Ambas as relações são testadas empiricamente. A partir das estimativas para o ciclo e a tendência do consumo, calcula-se quanto o consumidor representativo deve ser compensado para ser indiferente entre a seqüência de consumo observada e uma seqüência modificada onde o ciclo é suavizado. Os resultados apontam para um ganho de bem-estar pequeno da suavização do ciclo econômico para o Brasil, o que é consistente com os resultados da literatura empírica de macroeconomia para o Brasil. Uma decomposição idêntica é implementada para os EUA de forma a comparar os resultados.

Palavras-chave: ganhos de bem-estar, decomposição tendência-ciclo, cointegração, ciclos comuns.

ABSTRACT

This paper investigates empirically what are the welfare gains of cycle smoothing in Brazil. We follow Lucas(1987) decomposing logarithmic aggregate consumption in a trend and a cycle, and then calculating what are the welfare gains of eliminating cyclical variability. Differently from Lucas, the trend component here is not deterministic, allowing for a stochastic part that has a unit root. Trend and cycle are extracted using an unobserved components model, which can be written in space-state form. In estimating the cycle in consumption we have used information contained in income, consumption and saving, following much of the current literature of aggregate consumption: consumption and income cointegrate with long-run proportionality (a common trend), with the saving ratio being stationary. They also have common serial correlation (a common cycle) that can be explained in terms of liquidity constraints. The results show that the welfare gains of cycle smoothing in Brazil are small, which is consistent with previous studies performing trend-cycle decomposition of Brazilian macroeconomic series. Finally, the results for Brazil are compared to those of the U.S. economy.

Key words: welfare gains of cycle smoothing, trend-cycle decomposition, cointegration, common cycles.

JEL classification: C32; C53.

* Este trabalho faz parte da tese de mestrado de Fernando de Paula Rocha na EPGE-FGV, feito sob a orientação de João Victor Issler, que agradece o auxílio financeiro do CNPq e do PRONEX. Fernando de Paula Rocha agradece o auxílio financeiro da CAPES.

§ EPGE-FGV. e-mail: jissler@fgv.br

▫ EPGE-FGV.

1 Introdução

A literatura sobre consumo sofreu uma reviravolta em meados da década de cinquenta. Os artigos pioneiros de Friedman (1957) e Modigliani e Brumberg (1954, 1979) introduziram a concepção de que o consumo depende de um fluxo contínuo da renda pessoal (bens) e financeira que cada indivíduo auferir ao longo da vida, e não apenas da renda presente do trabalho. A Teoria da Renda Permanente (TRP) - Friedman - e a Teoria do Ciclo da Vida (TCV) - Modigliani e Brumberg - questionaram a função consumo tradicional presente na Teoria Keynesiana, considerada a menos problemática das equações macro até então.

A relevância do consumo é impossível de passar despercebida por razões óbvias. Primeiro, este agregado representa mais do que 70% do PIB. Logo, qualquer tentativa de se entender tanto o nível como a evolução do produto passa pelo entendimento das decisões de consumo. Segundo, o consumo, e não o PIB, é o argumento da função de bem-estar. De fato, mesmo que a renda de um determinado consumidor varie bastante, o seu bem-estar pode variar pouco desde que ele seja capaz de se defender dessas variações poupando ou se endividando de forma a manter o consumo pouco variável.

De acordo com a Teoria da Renda Permanente, o consumo não é função da renda corrente (do trabalho) e sim da renda permanente (ver Friedman, 1957; Hall, 1978 e Flavin, 1981). A renda permanente é uma previsão ótima de tudo o que o consumidor poderá contar, ao longo de sua vida, para consumir: leva em conta tanto a riqueza corrente do consumidor quanto sua esperança de renda futura. Como discutido abaixo, em detalhes, desconsiderando-se a riqueza corrente, se o consumo for igual à renda permanente, como a última é função apenas da esperança de renda futura, a renda e o consumo não podem divergir a longo prazo, i.e., renda e consumo cointegram com coeficiente unitário (ver Deaton, 1992). Logo, a Teoria da Renda Permanente impõe uma relação (econométrica) de longo prazo entre consumo e renda.

Do ponto de vista das flutuações de curto prazo, Issler e Vahid (2000) discutem diferentes modelos teóricos que impõem um comportamento cíclico proporcional entre renda e consumo. Um desses modelos, testado por Reis *et alii* (1998) para dados brasileiros, é o modelo de consumidores restritos de Campbell e Mankiw (1989). Como discutido, em detalhes, abaixo, estes últimos consideram uma economia habitada por dois tipos de consumidores distintos: os primeiros utilizam o modelo intertemporal de consumo (Hall, 1978 e Hansen e Singleton, 1982), e os segundos consomem apenas a sua renda corrente, num comportamento keynesiano extremo. Como o consumo agregado é uma combinação convexa do consumo de ambos os tipos de agente, há uma relação entre as variações do consumo e as variações da renda, que aparece devido à existência dos tipos keynesianos. Quanto maior a importância

relativa desses agentes, maior a proporcionalidade entre variações do consumo e variações da renda.

Nesse artigo testa-se, primeiramente, a adequação desses dois tipos de relação entre o consumo e a renda: restrições de longo prazo - cointegração - e restrições de curto prazo - ciclos comuns. Os resultados empíricos dão suporte à existência desses dois tipos de restrição nos dados de consumo e renda brasileiros. Uma vez incorporado esse resultado, busca-se decompor o consumo e a renda em dois componentes distintos: um de tendência - que representaria o comportamento de longo prazo para ambas as séries - e um de ciclo - que representaria o comportamento de curto prazo para ambas as séries. Como o comportamento do consumo e da renda está restrito tanto a curto quanto a longo prazos, há apenas um componente de tendência e um componente de ciclo, ambos comuns a ambas as séries. Do ponto de vista econométrico, pode-se motivar a investigação das propriedades estocásticas das séries de consumo e renda brasileiros com o seguinte argumento: o potencial uso das restrições de curto e longo prazos para decompor consumo e renda em tendência e ciclo leva a um ganho de eficiência (precisão das estimativas) *vis-à-vis* a métodos que as descartem.

A segunda parte do trabalho investiga a magnitude dos possíveis ganhos de bem-estar que poderiam advir de políticas de suavização do ciclo econômico (ver Lucas, 1987). A partir da decomposição tendência-ciclo discutida acima, calcula-se o quanto, em termos de proporção do consumo, um consumidor representativo iria requerer para ficar indiferente entre uma série de consumo com flutuações cíclicas (o consumo observado) e uma série de consumo onde as últimas sejam suprimidas artificialmente. Esse exercício exige o uso de uma decomposição tendência-ciclo. No procedimento original, Lucas supôs a presença de uma tendência determinística na série de consumo. Aqui, segue-se a sugestão de Issler e Franco (1996) e do próprio Lucas (1987, p. 22, nota de rodapé n. 1) de usar uma tendência estocástica, advinda da possível presença de uma raiz unitária na série de consumo (ver Nelson e Plosser, 1982).

Os resultados encontrados permitem concluir que os ganhos de uma política de suavização do ciclo para o Brasil são muito pequenos. Mesmo supondo-se um alto grau de aversão relativa ao risco (5), e uma alta taxa de desconto intertemporal no consumo (0,95), o consumidor representativo brasileiro iria requerer adicionalmente apenas 0,013% do consumo para ficar indiferente entre a série observada de consumo e aquela sem volatilidade no seu componente transitório. Como os custos de bem-estar de se implementar esse tipo de política podem ser relativamente altos, esses últimos podem inviabilizar o uso desse tipo de política de suavização do ciclo.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: na segunda seção faz-se uma derivação algébrica dos principais avanços da teoria de consumo brevemente descritos nesta Introdução.

A seguir (seção 3), apresenta-se um estudo econométrico das séries de consumo e renda brasileiras, o que permitirá testar algumas teorias discutidas na seção 2 usando dados brasileiros. Na seção 4 faz-se uma apresentação da metodologia e da parametrização necessária para a investigação de ganhos de bem-estar, cujos resultados são apresentados na seção 5. Por fim, na última seção apresentam-se as conclusões.

2 Um resumo de alguns resultados teóricos da literatura de consumo

A velha função consumo keynesiana pode ser expressa basicamente pela expressão

$$c_t = \alpha + \beta y_t + \mu_t \quad (2.1)$$

onde c_t expressa o consumo agregado, y_t denota a renda agregada e μ_t é um erro da regressão, possivelmente autocorrelacionado e com heterocedasticidade. A esta expressão, os formuladores de modelos costumavam acrescentar, em meados dos anos setenta, a renda defasada como uma interpretação para as teorias de renda permanente e de ciclo de vida formuladas anteriormente por Friedman e Modigliani e Brumberg. Alternativamente, era incluído o consumo defasado como uma medida de formação de hábito e ajustamento lento por parte do consumidor. Lucas (1976), em sua famosa crítica, colocou a questão da importância das expectativas em relação à renda futura na determinação do consumo. Ele argumentou que não há razão para se esperar uma relação estável entre consumo e renda passada, ao passo que as expectativas em relação à renda futura influenciam a decisão de consumir hoje, decisão esta que muda sempre que algum evento induz os agentes a revisarem suas expectativas.

A crítica de Lucas redirecionou a agenda de pesquisa em torno da função consumo, introduzindo a questão das expectativas de tal forma que o consumo passa a depender das expectativas sobre a renda, não sendo, portanto, possível modelá-lo sem modelar a renda. Estes questionamentos teóricos coincidiram com o desenvolvimento da econometria de séries temporais, que identificou a presença de raízes unitárias nas séries de consumo e renda.¹ A Teoria da Renda Permanente (TRP), nos modelos de Hall (1978) e Flavin (1981), passou a ser formulada da seguinte maneira: o consumo é encarado como uma “*martingale*” e, portanto,

1 O “*paper*” de Davidson *et. al.* (1978) foi o primeiro a incorporar as novas técnicas. A presença de raízes unitárias nas séries de consumo e renda é um resultado consolidado em econometria, mas, recentemente, os trabalhos de Engle e Vahid (1993) e Issler e Franco Neto (1996) comprovam-no para as séries norte-americanas. Os testes efetuados neste trabalho e expostos a seguir confirmam estes resultados, tanto para os EUA como para o Brasil.

$$E_t c_{t+k} = c_t \quad (2.2)$$

Para um consumidor que gasta todos os seus ativos ao longo da vida, vale a seguinte equação:

$$\sum_{k=0}^{T-t} (1+r)^{-k} c_{t+k} = A_t + \sum_{k=0}^{T-t} (1+r)^{-k} y_{t+k} \quad (2.3)$$

onde A_t representa os ativos financeiros do indivíduo no período t , y_t a renda do trabalho, e T , o tempo da morte. Se T é infinito como em um modelo de gerações superpostas, a condição de “não Ponzi” requer que $\lim(1+r)^{-t} A_t = 0$. Tomando-se a esperança condicional de (2.3), usando o resultado expresso em (2.2) e levando T à infinito tem-se a equação da TRP:

$$c_t = \frac{r}{1+r} A_t + \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} (1+r)^{-k} E_t y_{t+k} \quad (2.4)$$

Sendo a equação de evolução dos ativos determinada por:

$$A_t = r(A_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}) \quad (2.5)$$

pode substituir-se (2.5) em (2.4) para gerar:

$$c_t = r(A_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}) + \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} (1+r)^{-k} E_t y_{t+k} \quad (2.6)$$

Defasando (2.4) em um período e multiplicando por $(1+r)$ resulta:

$$(1+r)c_{t-1} = rA_{t-1} + ry_{t-1} + \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} (1+r)^{-k} E_{t-1} y_{t+k} \quad (2.7)$$

que, subtraindo-se de (2.6), forma:

$$\Delta c_t = \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} (1+r)^{-k} (E_t - E_{t-1}) y_{t+k} \quad (2.8)$$

por onde se vê que a mudança de consumo de $t-1$ para t , que é imprevisível no tempo $t-1$, relaciona-se às novas informações sobre a renda, formalizando, assim, o que se argumentou anteriormente. A equação (2.4) pode ser usada também para gerar um outro resultado interessante e passível de teste. A poupança é definida por:

$$s_t = \frac{r}{1+r} A_t + y_t - c_t \quad (2.9)$$

ou seja, é a diferença entre a renda disponível, formada pela soma da renda do capital e do trabalho, e o consumo. Igualando (2.4) e (2.9) resolvidas para c_t tem-se:

$$-s_t = -\frac{y_t}{1+r} + \frac{r}{1+r} \sum_{k=1}^{\infty} (1+r)^{-k} E_t y_{t+k} \quad (2.10)$$

Se o termo $E_t y_{t+1}$ é retirado da soma, (2.10) pode ser reescrita como:

$$-s_t = \frac{E_t \Delta y_{t+1}}{1+r} - \frac{E_t y_{t+1}}{(1+r)^2} + \frac{r}{1+r} \sum_{k=2}^{\infty} (1+r)^{-k} y_{t+k} \quad (2.11)$$

Repetindo a operação para $E_t y_{t+2}$ e prosseguindo indefinidamente pode-se obter a equação:

$$s_t = -\sum_{k=1}^{\infty} (1+r)^{-k} E_t \Delta y_{t+k} \quad (2.12)$$

que é útil tanto do ponto de vista econômico como econométrico (ver Campbell, 1987). É interessante observar que se o indivíduo espera um aumento de renda no futuro, ele reduz sua poupança no presente para aumentar o consumo hoje. Caso contrário, se uma perda na renda é esperada, a poupança aumenta no presente - *people save for a rainy day*, conforme Campbell.

Do ponto de vista econométrico, pela expressão (2.12), a poupança é estacionária se a renda do trabalho é assumida com integrada de ordem um - I(1). Nesse caso, a sua primeira diferença é I(0). Por (2.12) a poupança também seria I(0), dado que é o valor presente de uma série I(0). Se o consumo obedece (2.2), ele é I(1). Como a poupança é a renda menos o consumo, e ambos são I(1), tem-se que estes dois últimos são cointegrados, resultado que se testa a seguir, na seção 3.

Como se argumentou na introdução e ficou mostrado pela expressão (2.8), Δc_t é imprevisível segundo a versão da TRP em Hall e Flavin. Como a evidência empírica de ambos os autores mostrou que a diferença do consumo agregado é de fato previsível, sendo que evidências posteriores mostram que a esperança ótima de Δc_t é proporcional à de Δy_t , Campbell e Mankiw (1989) propõem o seguinte modelo para explicar o comportamento conjunto de consumo e renda no curto prazo. Suponha a existência de dois tipos de consumidores: aqueles que consomem conforme a Teoria da Renda Permanente (irrestritos) e aqueles que simplesmente consomem a sua renda corrente (restritos) - uma versão extrema de keynesianismo. Para o primeiro grupo, com renda $y_{1,t}$, aplica-se a equação de Euler tradicional na forma proposta por Hall, obtendo-se que a primeira diferença do consumo desse grupo é uma *Martingale*, i.e., $E_t [\Delta(c_{1,t+1})] = 0$, onde $c_{1,t+1}$ é o consumo do primeiro grupo. O consumidor do segundo grupo tem o seu consumo “restrito” pela renda corrente, i.e., $c_{2,t} = y_{2,t}$. Denotando como λ a proporção da renda dos consumidores do segundo grupo na renda agregada, $y_{2,t} = \lambda y_t$, onde y_t é a renda agregada, Campbell e Mankiw mostram que a primeira diferença do consumo agregado obedece à seguinte forma estrutural:

$$\Delta c_t = \lambda \Delta y_t + (1 - \lambda) \varepsilon_t \quad (2.13)$$

onde $c_t = c_{1,t} + c_{2,t}$ é o consumo agregado, e $E_{t-1}(\varepsilon_t) = 0$, i.e., ε_t é uma inovação dado o conjunto de informação do agente em $t-1$ (proporcional à inovação no processo de renda permanente). A teoria da renda permanente pode ser testada contra o modelo restrito usando-se a hipótese nula de que $\lambda = 0$. Quando esta é verdadeira, a equação acima se reduz a $\Delta c_t = \varepsilon_t$, ou seja, o consumo é uma *Martingale*, de acordo com o modelo restrito de Hall. Rejeitando-se a hipótese nula, pode-se interpretar o estimador de λ como a “proporção dos indivíduos restritos” na população, ou, mais precisamente, a proporção da renda dos indivíduos “restritos” na renda agregada.

A regressão em (2.13) deve ser estimada por variáveis instrumentais defasadas em dois períodos, para se evitar problemas de agregação temporal. Seja τ = tempo em semestres (decisão do agente) e t = tempo em anos, medidos nos dados.

$$c_t = c_\tau + c_{\tau+1}$$

$$c_{t-1} = c_{\tau-2} + c_{\tau-1}$$

$$\Delta c_t = c_\tau + c_{\tau+1} - c_{\tau-1} - c_{\tau-2} + c_\tau - c_\tau$$

$$\Delta c_t = \Delta c_{\tau+1} + c_\tau + c_\tau + c_{\tau-1} - c_{\tau-1} - c_{\tau-1} - c_{\tau-2}$$

$$\Delta c_t = \Delta c_{\tau+1} + 2\Delta c_\tau + \Delta c_{\tau-1} \quad (2.14)$$

Extrapolando-se os resultados para o PIB um ano antes, ou seja, dois semestres atrás, tem-se:

$$\Delta y_{t-1} = \Delta y_{\tau-1} + 2\Delta y_{\tau-2} + \Delta y_{\tau-3} \quad (2.15)$$

Vê-se, por (2.14) e (2.15), no entanto, que, por existir uma diferença entre o intervalo de decisão do agente e o intervalo de coleta dos dados presume-se que Δc_t é correlacionado a Δy_{t-1} , uma vez que ambos compartilham informações em $\tau - 1$, ($\Delta c_{\tau-1}$ e $\Delta y_{\tau-1}$), respectivamente. A maneira de se contornar este problema é, portanto, instrumentalizar a estimação usando variáveis defasadas em $t-2$. O parâmetro λ da equação (2.13), se significativo, é interpretado por Campbell e Mankiw como a parcela dos consumidores keynesianos, ou restritos do ponto de vista da liquidez. Este resultado também é testado na seção 3.

3 Um estudo econométrico da série de consumo do Brasil

As séries consideradas são o consumo das famílias c_t e o produto interno bruto y_t , ambas em termos “*per capita*”, transformadas em logaritmos, deflacionadas pelo deflator implícito do PIB e expressas em cruzeiros de 1980. As séries fazem parte do trabalho de Reis *et alii* (1998), têm frequência anual e compreendem o período de 1947 a 1994. Para poder comparar os resultados brasileiros aos americanos usa-se aqui os mesmos dados usados para renda e consumo no estudo de Issler e Vahid (2000) que, por sua vez, são os mesmos usados por King *et alii* (1991). As séries, para ambos os países, estão dispostas nas Figuras 1 e 2 a seguir.

Figura 1 - Brasil
Consumo e PIB *Per Capita* a Preços Constantes

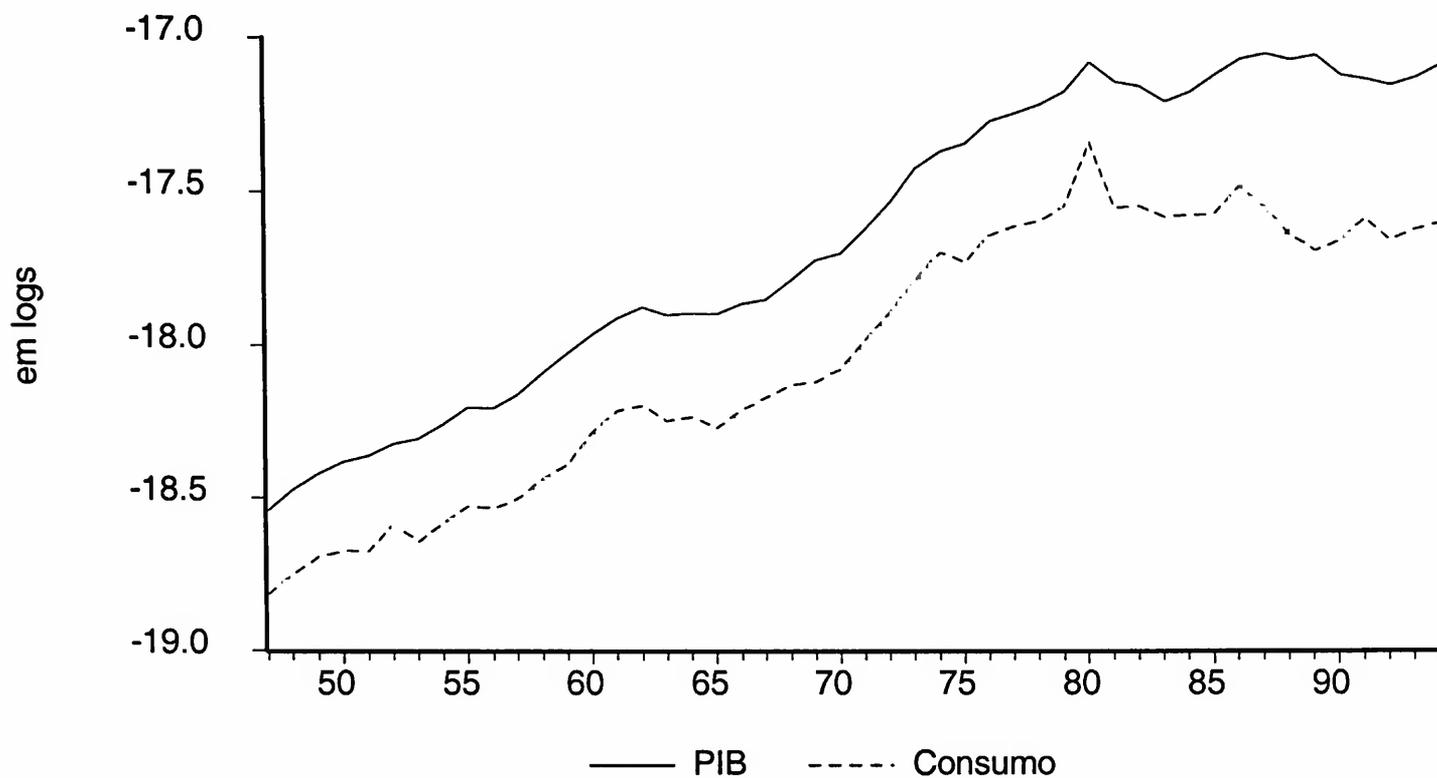
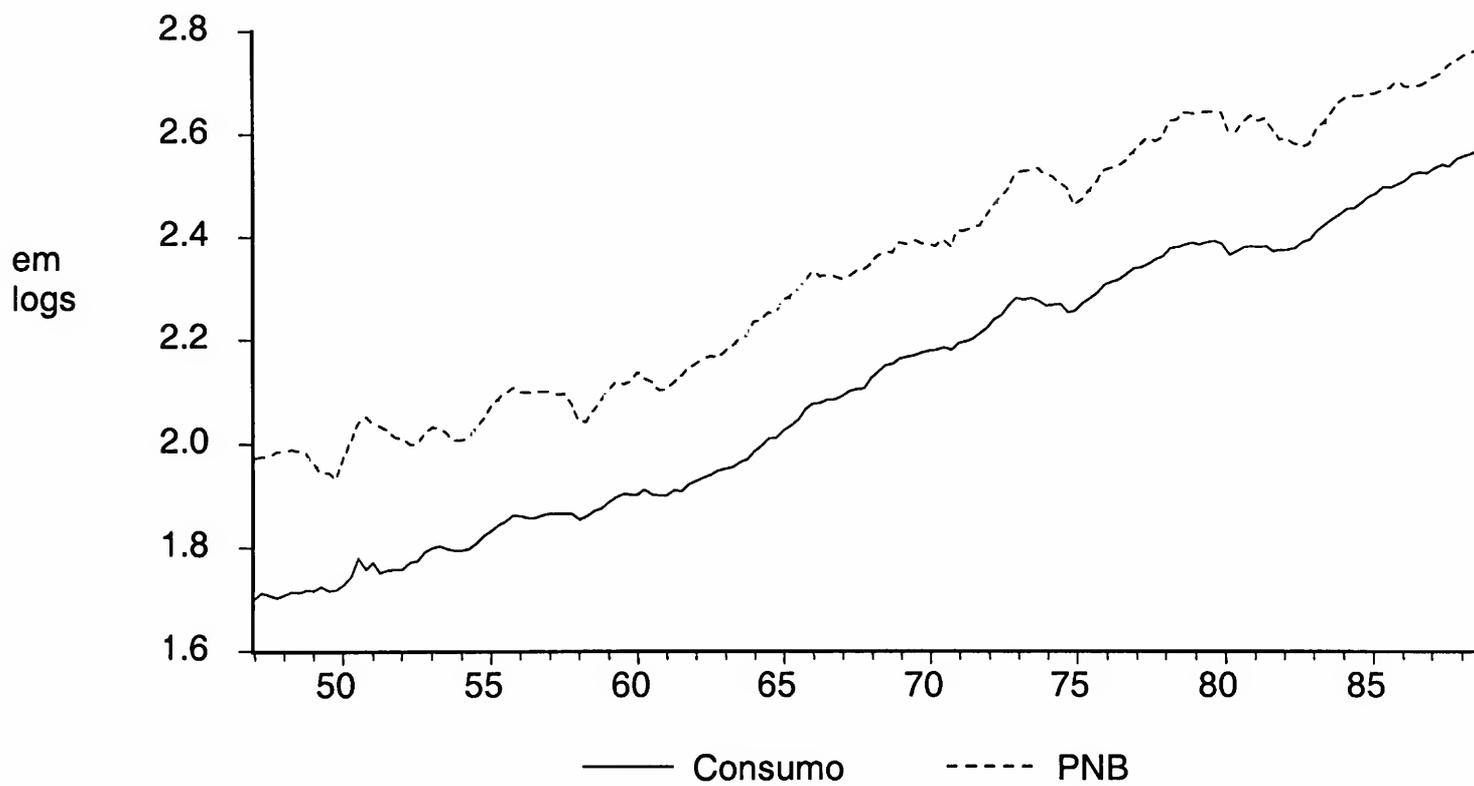


Figura 2 - EUA
Consumo e PNB Privado *Per Capita* a Preços Constantes



Foram realizados testes de raiz unitária nos níveis das séries de consumo e PIB, incluindo constante e tendência. A estatística do teste é do tipo Augmented Dickey-Fuller (ADF). Esquemáticamente, este teste consiste em verificar a hipótese:

$$H_0 \quad p = 1 \quad (3.1)$$

no modelo

$$x_t = px_{t-1} + \sum_{j=1}^k \lambda_j \Delta x_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

O fato de se incluir uma constante e uma tendência linear no teste contempla a hipótese de as séries terem o formato:

$$x_t = a + bt + px_{t-1} + \sum_{j=1}^k \lambda_j \Delta x_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

isto é, o modelo (3.3) é um passeio aleatório com “*drift*” e tendência linear determinística. Dessa forma, não se corre o risco de aceitar a hipótese nula no modelo (3.2) sendo a tendência determinística ao invés de estocástica. Os resultados estão expressos na Tabela 1. Seguiu-se o procedimento sugerido em Perron (1995) de se fazer a busca do número ótimo de *lags* usando o teste t para as defasagens. Nas duas variáveis abaixo nenhum dos *lags* foi significativo a 1%, de modo que os testes são para as variáveis não defasadas.

Tabela 1
Testes Augmented-Dickey Fuller para c_t e y_t

Variável	t-ADF
c_t	-0.95115
y_t	-0.16533

Nota: Os valores críticos são -3.519 a 5% e -4.19 a 1%.

Não se pode rejeitar, portanto, que tanto a série de consumo como a do PIB tem uma raiz unitária, o que é consistente com o resultado encontrado em Reis *et alii* (1998). O próximo passo consiste na especificação de um modelo de vetores auto-regressivos (VAR) contendo ambas as séries. Para se chegar ao número ótimo de defasagens seguiu-se os critérios de

Schwarz e Hannan-Quinn. Começou-se por um VAR contendo quatro defasagens, constante e tendência irrestritas e foi-se trabalhando com modelos sucessivamente mais parcimoniosos. Os modelos com mais de uma defasagem apresentaram critérios piores, de modo que, na ausência de correlação serial dos resíduos para todos os modelos testados, optou-se por apenas um “lag” de defasagem. Faz-se necessário, contudo, definir se a tendência e a constante entram de maneira restrita ou irrestrita no VAR. O teste abaixo:

$$-2[\text{Loglik}(R) - \text{Loglik}(I)] \sim \chi_{n-r}^2 \quad (3.4)$$

compara a verossimilhança do modelo restrito (R) com a do modelo irrestrito (I), o que resulta em uma estatística qui-quadrada com $n-r$ graus de liberdade, onde n é o número de séries do VAR e r é o número de vetores de cointegração. A Tabela 2 mostra os resultados.

Tabela 2
Teste para Modelos VAR Restritos

Mod. Restrito	$-2[\text{Loglik}(R) - \text{Loglik}(U)]$	χ_1^2 (crítico)
1Lag, cte (I) e tend (R)	4.766	3.841
1Lag, cte(I)	10.744	3.841

Os resultados da cointegração para o VAR escolhido, qual seja, o que considera 1 lag de defasagem, constante e tendência irrestritas, encontram-se na Tabela 3. As estatísticas do Traço e λ_{max} foram extraídas de Ostervald-Lenun (1992). Rejeita-se a hipótese nula de ausência de vetores de cointegração pela estatística do Traço e aceita-se, na margem, esta mesma hipótese pela estatística λ_{max} . Dada a baixa potência desse teste, não se deve rejeitar a existência de um vetor de cointegração. Sua estimativa pontual é de $\alpha' = (1, 0.844)$, de tal modo que $\alpha' x_t$ é o termo de correção de erro z_t . Usando-se o teste de razão de verossimilhança, não é possível rejeitar que o vetor de cointegração seja igual ao resultado teórico (1,-1), proposto por Deaton (1992), e discutido acima.

Tabela 3
Análise de Cointegração Segundo o Procedimento de
Johansen do Modelo VAR Selecionado

Traço	V. crítico (95%)	Hip. nula	λ_{\max}	V. crítico (95%)	Hip. nula
17.93*	16.9	$r=0$	17.98	18.2	$r=0$
0.04724	3.7	$r \leq 1$	0.04724	3.7	$r \leq 1$

Passa-se, em seguida, à elaboração de um modelo de vetores de correção de erro (VECM). Para um VAR com p defasagens trabalha-se com um VECM de $p-1$ defasagens. No caso, o VAR escolhido tem apenas uma defasagem, de maneira que o VECM contém apenas o termo de correção de erro defasado em um período, além da tendência e da constante.

Estimando o VECM na forma irrestrita e, posteriormente, incorporando restrições de sobreidentificação, um teste LR da validade destas restrições pode ser implementado de maneira a se permitir o teste da imprevisibilidade do Δc_t , tal qual proposto por Campbell e

Mankiw (1989) Sob a nula, a estatística do teste é dada por $T \log \left\{ \frac{|\tilde{\Sigma}_0|}{|\tilde{\Sigma}|} \right\} \sim \chi_R^2$, sendo $\tilde{\Sigma}_0$ o

estimador de máxima verossimilhança da matriz de covariância dos distúrbios do modelo

restrito e R os graus de liberdade da estatística qui-quadrada, onde $R = nk - \sum_{i=1}^N m_i$, sendo k o número de variáveis exógenas do sistema e m_i o número de variáveis explicativas na i -ésima equação.² O resultado da estimação está exposto na Tabela 4:

3 Ver Harvey (1985a, capítulo 9).

Tabela 4

Resultado da Estimação de $\Delta c_t = \lambda \Delta y_t + \varepsilon_t$

Restrições de sobreidentificação	Graus de liberdade	λ (t-prob)	χ^2 (P-Value)
cte, tend, z_{t-1}	2	0.44943 (0.1347)	10.5978 (0.005)
cte, tend, Δc_{t-2} , Δy_{t-2} , z_{t-2}	4	0.73561 (0.0032)	2.6231 (0.6231)

Os resultados expressos na primeira linha da Tabela 4 indicam que não se pode aceitar o conjunto de restrições de sobreidentificação, o que significa uma rejeição da TRP. Para não se correr o risco de rejeitar a TRP por problemas de agregação temporal, como visto na seção 2, decidiu-se fazer o teste da validade das restrições de sobreidentificação no VECM considerando-se como instrumentos as segundas defasagens das diferenças das séries, além do termo de correção de erro defasado em dois períodos.

O resultado da segunda linha da tabela mostra que, para o novo conjunto de informação, não se rejeita as restrições de sobreidentificação e chega-se a um λ estatisticamente significativo igual a 0,74 que, segundo Campbell e Mankiw (1989), seria a parcela dos consumidores restritos do ponto de vista da liquidez e que, portanto, não suavizam o consumo ao longo do ciclo de vida como requer a TRP. É digno de nota o fato de que o Brasil é um país onde as restrições ao crédito e as baixas remunerações tornam os consumidores particularmente restritos, fato este que fica ilustrado quando se compara o $\lambda = 0.51$ encontrado por Vahid e Engle (1993) utilizando dados da economia norte-americana com o encontrado neste trabalho.

Resumindo a evidência empírica obtida aqui: conclui-se que a renda e o consumo brasileiros têm uma tendência estocástica comum - devido à existência de cointegração entre ambas as séries, e um ciclo comum - devido ao fato de que as mudanças no consumo são proporcionais (em valor esperado) às variações da renda. No momento de implementar uma decomposição tendência-ciclo para ambas as séries, estes dois resultados devem se levados em conta, pois isso resultaria em estimativas mais precisas dos componentes de tendência e ciclo.

4 A investigação de ganhos de bem-estar: uma parametrização

Uma questão central em macroeconomia é se os governos devem ou não intervir nos mercados. É de interesse central para os macroeconomistas calcular os ganhos de bem-estar de se suavizar os ciclos econômicos, pois um possível resultado excelente da ação dos formuladores de política seria lograr reduzir a zero a variância dos componentes transitórios dos agregados macroeconômicos.

Tendo em vista o desafio acima, Lucas (1987), supondo plena habilidade dos macroeconomistas para realizar a tarefa de eliminar a volatilidade dos componentes transitórios dos agregados da economia, calcula qual seria a quantidade extra de consumo que um consumidor representativo iria requerer para ficar indiferente entre uma seqüência infinita de consumo sob incerteza e uma seqüência de consumo livre de risco (ciclo). Utilizando uma função de utilidade do tipo CES, e a série de consumo da economia americana, Lucas chega ao surpreendentemente baixo valor de US\$ 8,50 em dólares de 1983, por pessoa, por ano, de consumo extra para se estar indiferente entre uma economia com ciclos e outra sem eles (ver Lucas, 1987, p. 27).

Lucas assume que o consumo tem distribuição log-normal em torno de uma tendência determinística, que os indivíduos não sofrem de restrições de crédito e que há um seguro perfeito contra riscos individuais acerca de rendimentos futuros. Ao supor que a série de consumo tem uma distribuição log-normal em torno de uma tendência determinística, Lucas propõe que esta série tenha a seguinte representação:

$$c_t = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t z_t \quad (4.1)$$

onde $\log(z_t) \sim N(0, \sigma_z^2)$.

Uma seqüência de consumo livre do ciclo seria $\{c_t^*\}_{t=0}^{\infty}$ onde $c_t^* = E(c_t) = \alpha_0 (1 + \alpha_1)^t \exp\left(\frac{\sigma_z^2 t}{2}\right)$. Note-se que $\{c_t^*\}_{t=0}^{\infty}$ é a seqüência resultante quando se substitui a variável c_t por sua média incondicional.

Para se avaliar o ganho extra de consumo, representado por λ , que um consumidor representativo avesso ao risco iria requerer para estar indiferente entre $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ e $\{c_t^*\}_{t=0}^{\infty}$, resolve-se a seguinte expressão:

$$E\left(E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u((1+\lambda)c_t)\right) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^*) \tag{4.2}$$

onde $E_t(\cdot) = E(\cdot / \Omega_t)$ é o operador esperança condicional de uma variável aleatória usando Ω_t como conjunto de informação.

Dado que o teste de raiz unitária de c_t não permitiu rejeitar a sua presença, apesar do problema de pouca potência deste teste, parece válido reexaminar o problema à luz desta possibilidade, isto é, relaxando a suposição de tendência determinística, incorporando a idéia de raiz unitária. O que se expõe a seguir segue os passos de Issler e Franco (1996).

Em primeiro lugar, considera-se uma função de utilidade do tipo CES, isto é:

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \tag{4.3}$$

onde $u(c_t)$ aproxima $\ln(c_t)$ quando $\sigma \rightarrow 1$. Beveridge e Nelson (1981) mostram que se pode ter uma decomposição tendência-ciclo de qualquer vetor de séries x_t , bastando que Δx_t seja I(0). A álgebra desta decomposição está detalhada no Apêndice 1 deste artigo. Aplicando o resultado a $\ln(c_t)$, pode-se expressá-lo como a soma de um termo determinístico, um passeio aleatório (tendência estocástica) e um ciclo estacionário da seguinte forma:

$$\ln(c_t) = \ln \alpha_0 + \ln(1 + \alpha_1)t + \sum_{i=1}^t e_i + \sum_{j=0}^{t-1} \psi_j \mu_{t-j}$$

ou

$$\ln(c_t) = \ln[\alpha_0 (1 + \alpha_1)^t] + \ln(x_t) + \ln(y_t) \tag{4.4}$$

onde o primeiro termo do lado direito da equação (4.4) é o termo determinístico, o segundo é um passeio aleatório e o último é a representação $MA(\infty)$ do ciclo estacionário. Os choques permanente e_t e transitório μ_t têm, supostamente, uma distribuição normal bivariada como se segue:

$$\begin{pmatrix} e_t \\ \mu_t \end{pmatrix} \sim IN \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \right) \quad (4.5)$$

ou seja, os choques são independentes ou não correlacionados no tempo, mas podem ser (e em geral o são) contemporaneamente correlacionados. A estrutura de (4.5) permite várias maneiras de se fazer a decomposição tendência-ciclo, particularmente as baseadas na decomposição de Beveridge-Nelson (1981).

O método de decomposição univariada por componentes não observados proposto por Watson (1986), e bivariada proposto por Harvey (1985b) e o método de King *et alii* (1991) supõem $\sigma_{12} = 0$, ao passo que o método de Engle e Vahid (1993) não necessita desta suposição. Optou-se aqui por utilizar o método proposto em Harvey (1985b) pela conveniência algébrica de se supor $\sigma_{12} = 0$. Deve ser notado que seria de se esperar que os resultados mudassem muito pouco sob um método alternativo, dado que todos esses métodos usam a mesma decomposição tendência-ciclo: Beveridge-Nelson (1981). Entretanto, não foi isso que Garratt e Pierse (1996) observaram ao comparar o método de Harvey ao de Vahid e Engle; além do Apêndice 1, ver Garratt e Pierse para uma descrição detalhada da técnica de Harvey.

Utilizando-se (4.3), (4.4) e (4.5) pode-se recalcular (4.2). Reescreve-se o lado esquerdo de (4.2) como:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u((1+\lambda)c_t) = \frac{1}{1-\sigma} (1+\lambda)^{1-\sigma} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \exp \left[\frac{(1-\sigma)^2 \cdot \varpi_t^2}{2} \right] \cdot \alpha_0 (1+\alpha_1)^t \quad (4.6)$$

onde $\varpi_t^2 = \left(\sigma_{11} \cdot t + \sigma_{22} \sum_{j=0}^{t-1} \psi_j^2 \right)$. Note-se que apesar de c_t ter variância assintótica condicional não limitada, a expressão (4.6) é definida. A razão para isto reside no fato de que a função utilidade em (4.3) acima é homogênea de grau $(1-\sigma)$ em c_t . Então,

$\beta^t u((1 + \lambda)c_t) = \beta^\sigma u((1 + \lambda)\beta^t c_t)$. A variável aleatória c_t é $O_p(t^{3/2})$, logo, $t^{-3/2}c_t$ é $O_p(1)$, e $u((1 + \lambda)t^{-3/2}c_t)$ também o é. Tendo em vista que β^t é de ordem superior a $t^{3/2}$, $\beta^\sigma u((1 + \lambda)\beta^t c_t)$ converge em probabilidade, e $E_0 \sum_{t=0}^\infty \beta^t u((1 + \lambda)c_t)$ é definida.

Quanto ao lado direito da expressão (4.2), tem-se que fazer uma distinção entre os dois cenários anteriormente mencionados, isto é, um em que o macroeconomista tem pleno poder e controla a variância do ciclo e da tendência, e outro em que este tem poder limitado, controlando apenas a variância do ciclo.

O primeiro cenário implica que $c_t^* = \alpha_0(1 + \alpha_1)^t E_0(c_t) = \alpha_0(1 + \alpha_1)^t \exp\left[\frac{\varpi_t^2}{2}\right]$, o que requer a seguinte expressão para o lado direito de (4.2):

$$E_0 \sum_{t=0}^\infty \beta^t u(c_t^*) = \sum_{t=0}^\infty \beta^t u(c_t^*) = \frac{1}{1 - \sigma} \sum_{t=0}^\infty \beta^t \exp\left[\frac{(1 - \sigma)\varpi_t^2}{2}\right] \cdot (\alpha_0(1 + \alpha_1)^t)^{1 - \sigma} \quad (4.7)$$

No segundo cenário, por sua vez, o lado direito de (4.2) tem o seguinte formato:

$$E_0 \sum_{t=0}^\infty \beta^t u(c_t^*) = \frac{1}{1 - \sigma} \sum_{t=0}^\infty \beta^t \exp\left[\frac{(1 - \sigma)\left((1 - \sigma)\sigma_{11}t + \sigma_{22} \sum_{j=0}^{t-1} \psi_j^2\right)}{2}\right] \cdot (\alpha_0(1 + \alpha_1)^t)^{1 - \sigma} \quad (4.8)$$

Em vista de se ter os dois lados de (4.2), pode-se calcular o parâmetro de compensação λ como função de (σ, β) para cada um dos dois cenários. As soluções para o primeiro e o segundo cenário são respectivamente (4.9) e (4.10) abaixo:

$$\lambda = \frac{\left[\sum_{t=0}^\infty \beta^t \exp\left[\frac{(1 - \sigma)\varpi_t^2}{2}\right] \cdot (\alpha_0(1 + \alpha_1)^t)^{1 - \sigma} \right]^{\frac{1}{1 - \sigma}}}{\left[\sum_{t=0}^\infty \beta^t \exp\left[\frac{(1 - \sigma)^2 \varpi_t^2}{2}\right] \cdot (\alpha_0(1 + \alpha_1)^t)^{1 - \sigma} \right]^{\frac{1}{1 - \sigma}}} - 1 \quad (4.9)$$

$$\lambda = \left[\frac{\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \exp \left[\frac{(1-\sigma)}{2} \left((1-\sigma)\sigma_{11}t + \sigma_{22} \sum_{j=0}^{t-1} \psi_j^2 \right) \right] (1+\alpha_1)^{(1-\sigma)}}{\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \exp \left[\frac{(1-\sigma)^2 \varpi_t^2}{2} \right] \cdot (1+\alpha_1)^{1-\sigma}} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} - 1 \quad (4.10)$$

Pode-se também calcular λ quando $\sigma = 0$, isto é, quando a função utilidade se torna logarítmica. As fórmulas são as seguintes:

$$\lambda = \exp \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right) \sigma_{11} + \frac{1-\beta}{2} \sigma_{22} \sum_{j=0}^{t-1} \beta^t \psi_j^2 \right] \quad (4.11)$$

$$\lambda = \exp \left[\frac{1-\beta}{2} \sigma_{22} \sum_{j=0}^{t-1} \beta^t \psi_j^2 \right] \quad (4.12)$$

A decomposição da série de consumo em componentes de tendência e ciclo tal qual em (4.4) está detalhada no Apêndice 1.

5 Resultados da investigação de ganhos de bem-estar

Utilizou-se o “software” Stamp 5.0 para realizar a decomposição. O procedimento consiste na representação do modelo desejado em espaço de estado e, posteriormente, na utilização do filtro de Kalman para separar-se as séries em componentes ortogonais. Neste caso, a inovação da tendência é não correlacionada com a inovação do ciclo, o que facilita um pouco os cálculos que se pretende fazer. O modelo que apresentou o melhor ajustamento foi o representado pelas equações (A.5a) e (A.5b) do Apêndice 1, onde $\sigma_r^2 = 0$, de modo que as séries contêm uma tendência estocástica e um ciclo, seguindo-se o nosso resultado na seção anterior.

De posse da decomposição, o próximo passo é calcular (4.9) e (4.10) com o auxílio do “software” Mathematica. É possível perceber que para se calcular ϖ_t^2 nas expressões (4.9) e (4.10) é preciso se ter $\sum_{j=0}^{t-1} \psi_j^2$, que é a fórmula $MA(\infty)$ do ciclo. Os parâmetros ρ e λ da expressão (A.8) são conhecidos pela decomposição, de modo que se pode resolver a equação a diferenças finitas, homogênea de segunda ordem, representada por (A.8). Esta equação tem uma solução geral convergente, sendo possível, dessa forma, estimar o somatório infinito. São também conhecidas da decomposição feita no Stamp 5.0 as variâncias da tendência e do ciclo, respectivamente, σ_{11} e σ_{22} , de maneira que se pode calcular (4.9), (4.10), (4.11) e (4.12). Os resultados da estimação estão agrupados na Tabela 5.

Tabela 5

Brasil Compensação de Consumo (em %) para Diferentes Valores de Beta e Sigma

Macroeconomista com Plenos Poderes

Beta (em bases anuais)	Sigma			
	1	5	10	20
0,950	1,92%	3,17%	3,67%	5,13%
0,971	3,40%	3,77%	4,08%	5,61%
0,985	6,78%	4,29%	4,40%	5,97%

Macroeconomista com Poderes Restritos

Beta (em bases anuais)	Sigma			
	1	5	10	20
0,950	0,00010%	0,013%	0,026%	0,052%
0,971	0,00006%	0,013%	0,026%	0,052%
0,985	0,00004%	0,013%	0,026%	0,052%

Observa-se que os resultados obtidos para o macroeconomista restrito, isto é, aquele que controla apenas a variância do ciclo, são bem inferiores aos obtidos para o macroeconomista com poderes para controlar as variâncias do ciclo e da tendência. Isto porque, segundo a decomposição efetuada, a variância da tendência é bem maior que a do ciclo. O cenário do macroeconomista restrito é mais factível do ponto de vista de ser atingido por uma política econômica voltada para este fim, por isso, chama a atenção o fato de os ganhos de bem-estar serem pequenos neste caso. Lucas (1987) também chegou a um ganho pequeno de bem-estar utilizando dados norte-americanos, contudo, o seu trabalho não comporta a possibilidade desses dois cenários porque a tendência é suposta determinística.

Issler e Franco (1996), por sua vez, também chegam a um resultado bastante pequeno para os ganhos de suavização do ciclo para os EUA. Esses autores usam a técnica de Vahid e Engle (1993) para decompor o consumo em tendência e ciclo (ver a análise empírica de Issler e Vahid, 2000, utilizada por Issler e Franco). Diante dessas evidências, decidiu-se utilizar os dados norte-americanos considerados por estes dois últimos autores e elaborar o cálculo de bem-estar por meio da técnica de decomposição por componentes não observados, utilizada neste trabalho. Dessa forma, os resultados da economia norte-americana ficam diretamente comparáveis aos da economia brasileira e aos da economia americana feitos com outra técnica.

O modelo de melhor ajustamento para os Estados Unidos foi, novamente, o representado pelas equações (A.5a) e (A.5b), incluindo-se a cointegração entre consumo e renda, cointegração esta confirmada em teste estatístico e coerente com a literatura.³ As séries utilizadas são trimestrais, extraídas do Citibase, compreendendo o período que vai de 1947:1 a 1988:4 (ver Figura 2). Como as séries utilizadas são trimestrais, os coeficientes de desconto intertemporal foram ajustados, como se pode perceber na Tabela 6.

3 Ver Deaton (1992) e Engle e Vahid (1993).

Tabela 6
EUA - Compensação de Consumo (em %) para Diferentes Valores de Beta e Sigma
Dados Trimestrais

Macroeconomista com Plenos Poderes

Beta (em bases anuais)	Sigma			
	1	5	10	20
0,95	0,14%	0,31%	0,37%	0,44%
0,971	0,25%	0,37%	0,41%	0,46%
0,985	0,49%	0,43%	0,44%	0,48%

Macroeconomista com Poderes Restritos

Beta (em bases anuais)	Sigma			
	1	5	10	20
0,95	0,00005%	0,020%	0,040%	0,081%
0,971	0,00003%	0,020%	0,040%	0,081%
0,985	0,00001%	0,020%	0,040%	0,081%

Novamente verificou-se a diferença entre os resultados do macroeconomista com plenos poderes e restrito. Fica bastante robusta, portanto, a evidência de que os ganhos que poderiam advir do cenário onde a política econômica logra reduzir a zero a variância do componente cíclico do consumo não são atraentes, *vis-à-vis* os prejuízos que tal política pode gerar.

É interessante observar, contudo, que os ganhos de bem-estar no caso do macroeconomista com plenos poderes são bem maiores no caso do Brasil, quando comparado aos dos Estados Unidos. Tal resultado decorre diretamente do fato de que a variância da tendência estocástica na série de consumo brasileira é bem maior que a dos Estados Unidos. Observando-se as Figuras 1 e 2, nota-se que a série de consumo brasileira tem um pico no ano de 1980, explicado por Reis *et alii* (1996) da seguinte forma:

“Em dezembro de 1979, na seqüela de uma nova legislação salarial superindexadora, que garantia reajustes de 110% da inflação passada, e de uma desvalorização cambial de 30%, ocorreu o primeiro ensaio

frustrado de estabilização heterodoxa no Brasil, com a pré-fixação das taxas de desvalorização cambial e de juros em níveis abaixo das taxas de inflação esperada. As conseqüências foram a explosão do consumo privado e a elevação da inflação anual de 54%, em 1979, para 100%, em 1980, enquanto as taxas de juros estavam pré-fixadas em 45% a.a.”

Tais acontecimentos geraram um consumo atípico no ano de 1980, responsável por um aumento da variância da série que está sendo captado pela tendência estocástica na decomposição, o que pode explicar o diferencial de bem-estar entre o macroeconomista com plenos poderes e o macroeconomista restrito.

Os resultados com dados americanos, comparando-se as técnicas de Vahid e Engle e a técnica de Harvey (1986b), são apresentados na Tabela 7. Esta mostra que há uma diferença quantitativa grande entre ambas as estimativas (mais do que uma ordem de grandeza em alguns casos), embora qualitativamente não haja diferença marcante. A conclusão a que se chega é a mesma: provavelmente não vale a pena se incorrer nos custos de suavização do ciclo econômico, dado que o ganho de bem-estar é relativamente pequeno.

Tabela 7

**EUA - Compensação de Consumo (em %) para Diferentes Valores de Beta e Sigma
Comparação entre a Técnica de Harvey(1986b) e de Vahid e Engle(1993)
de Decomposição Tendência-Ciclo
Dados Trimestrais**

Macroeconomista com Plenos Poderes (Técnica Vahid e Engle em parênteses)

Beta (em bases anuais)	Sigma			
	1	5	10	20
0,95	0,14% (0,26%)	0,31% (0,51%)	0,37% (0,58%)	0,44% (0,62%)
0,971	0,25% (0,42%)	0,37% (0,61%)	0,41% (0,64%)	0,46% (0,66%)
0,985	0,49% (0,85%)	0,43% (0,72%)	0,44% (0,70%)	0,48% (0,69%)

Macroeconomista com Poderes Restritos (Técnica Vahid e Engle em parênteses)

Beta (em bases anuais)	Sigma			
	1	5	10	20
0,95	0,00005% (0,0064%)	0,020% (0,414%)	0,040% (0,53%)	0,081% (0,60%)
0,971	0,00003% (0,0066%)	0,020% (0,50%)	0,040% (0,58%)	0,081% (0,63%)
0,985	0,00001% (0,0066%)	0,020% (0,59%)	0,040% (0,64%)	0,081% (0,66%)

6 Conclusões

O presente trabalho resultou de um esforço de se verificar os principais desdobramentos da teoria do consumo à luz dos dados brasileiros de consumo. Observou-se, pelos testes estatísticos implementados, que consumo e renda cointegram e que o coeficiente (1,-1), derivado teoricamente por Deaton (1992), verifica-se no caso brasileiro. Estes fatos estão de acordo com o observado na literatura norte-americana.⁴ Em seguida, efetuou-se um teste da Teoria da Renda Permanente (TRP), no qual, seguindo-se os passos de Campbell e Mankiw (1989), verifica-se que a variação do consumo é proporcional à variação da renda com coeficiente 0,74. Ou seja, aproximadamente 3/4 dos consumidores brasileiros têm restrições de liquidez para suavizar o consumo intertemporalmente; no caso norte-americano esse coeficiente é de 0,51 - ou seja, apenas 1/2 dos americanos têm restrições de liquidez para suavizar o consumo intertemporalmente. Faz sentido, segundo esta interpretação, o fato de a parcela dos consumidores restritos em relação à liquidez ser maior no Brasil que nos Estados Unidos, onde existe um mercado de crédito “muito mais completo”

A segunda parte do trabalho consistiu na investigação de ganhos de bem-estar que poderiam advir de políticas de suavização do ciclo econômico. Com base nos resultados encontrados, e tendo em vista que o cenário do macroeconomista restrito é mais factível do ponto de vista macroeconômico, uma vez que é passível de ser aproximado por uma política voltada para o abrandamento da volatilidade do consumo, pode-se concluir que os ganhos de tal política são muito pequenos. Supondo-se a elasticidade de substituição intertemporal (σ) igual a 5 e a taxa de desconto intertemporal (β) igual a 0,95, o consumidor representativo, no Brasil, iria requerer adicionalmente 0,013% de consumo para ser indiferente entre uma série de consumo com volatilidade e outra sem volatilidade no seu componente transitório. Dado

4 Ver Deaton (1992) e Vahid e Engle (1993).

que os custos desse tipo de política podem ser relativamente altos, sua implementação pode não valer a pena.

Bibliografia

- Beveridge, S. e Nelson, C. R. A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurements of business cycle. *Journal of Monetary Economics*, 7, 1981.
- Box, G. E. P e Jenkins, G. M. *Time series analysis: forecasting and control*. (rev. ed.). San Francisco: Holden-Day, 1976.
- Campbell, J. e Mankiw, G. Consumption, income and interest rates: reinterpreting the time series evidence. *NBER, Macroeconomics Annual*, 1989.
- Clarida, R. H. Aggregate stochastic implications of the life-cycle hypothesis. *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1991.
- Davidson, J., Hendry, D. F., Srba, F. e Yeo, S. Econometric modelling of the aggregate time-series relationship between consumers' expenditure and income in the United Kingdom. *Economic Journal*, 88, 1978.
- Deaton, A. *Understanding consumption*. Oxford: Clarendon Press, 1992.
- Flavin, M. A. The adjustments of consumption to changing expectations about future income. *Journal of Political Economy*, v.89, n. 51, 1981.
- Friedman, M. *A theory of the consumption function*. Princeton: Princeton University Press, 1957.
- Garratt, A. e Pierse, R.G. Common trends and cycles: a comparison of two approaches. *Working Paper*, University of Surrey, 1996.
- Hall, R. Stochastic implications of the life cycle permanent income hypothesis: theory and evidence. *Journal of Political Economy*, 1978.
- Hansen, L. P. e Singleton, K. Generalized instrumental variables estimation of nonlinear expectations models. *Econometrica*, v. 50, n. 5, p. 1269-86, 1982.
- _____. Stochastic consumption, risk aversion and the temporal behavior of asset returns. *Journal of Political Economy*, p. 91-2, 1983.

- Harrison, P. J. e Akran, M. Generalized exponentially weighted regression and parsimonious dynamic linear modelling. *In: Time series analysis: theory and practice.* (v. 3). Amsterdam: North-Holland, 1983.
- Harvey, Andrew C. *The econometric analysis of time series.* Southampton: Camelot Press Limited, 1985a.
- _____. Trends and cycles in macroeconomic time series. *Journal of Business and Economic Statistics*, v. 3, n. 3., july 1985b.
- Issler, J. V. e Franco, A. A. M. *Unit roots and the welfare gains of cycle smoothing.* EPGE, FGV, 1996.
- Issler, J. V e Vahid, F. Common cycles and the importance of transitory shocks to macroeconomic aggregates. *Journal of Monetary Economics* (a sair).
- King, R.; Plosser, C.; Stock, J. e Watson, M. Stochastic trends and economic fluctuations. *American Economic Review*, v. 81, n. 4, 1991.
- Lucas, R. E. Econometric policy evaluation: a critique. *In: Brunner, Karl and Meltzer, Alan (eds.), The Phillips curve and labour markets.* Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, v.1. Amsterdam: North Holland, 1976.
- _____. *Models of business cycles.* Oxford: Blackwell, 1987.
- Maddison, A. A long-run perspective on saving. *Scandinavian Journal of Economics*, 94, 1992.
- Modigliani, F. e Brumberg, R. Utility analysis and the consumption function: an interpretation of cross section data. *In: Kurihara, Kenneth K. (ed.), Post keynesian economics.* New Brunswick, N. J.: Rutgers University Press, 1954.
- _____. Utility analysis and the consumption function: an attempt at integration. *In: Anderew, Abel (ed.), The collected papers of Franco Modigliani.* v. 2. Cambridge, Mass.: Mit Press, 1979.
- Nelson, C. R. e Plosser, C. Trends and random walks in macroeconomics time series. *Journal of Monetary Economics*, 10, p. 139-162, 1982.
- Osterwald-Lenun, Michael. A note with quantiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistic: four cases. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, v. 54, n. 3, 1992.

Perron, P. *Lecture notes*. Université de Montréal, 1995.

Pischke, J. S. Individual income, incomplete information and aggregate consumption. *Industrial Relations Section Working Paper* n. 289, Princeton University, Mimeo, 1991.

Reis, E., Issler, J.V., Blanco, F. e Carvalho, L. Renda permanente e poupança precaucional: evidências empíricas para o Brasil no passado recente. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 28, n. 2, p. 233-272, 1998.

Tiao, G. C. e Tsay, R. S. A canonical correlation approach to modeling multivariate time series. *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section*, American Statistical Association, 1985.

Vahid, F. e Engle, R. F. Common trends and common cycles. *Journal of Applied Econometrics*, v. 8, 1993.

Watson, Mark W. Univariate detrending methods with stochastic trends. *Journal of Monetary Economics*, 18, 1986.

Apêndice 1

Seja x_t um vetor n-dimensional de variáveis I (1) com a seguinte representação de Wold ($MA(\infty)$)

$$\Delta x_t = c(L)\epsilon_t \tag{A.1}$$

onde $c(L)$ é uma matriz polinomial no operador defasagem L, com $c(0) = I_n$, e $\sum_{j=0}^{\infty} j|c_j| < \infty$, ϵ_t é um vetor (nx1) de erros estacionários de previsão linear um período a frente em x_t , dada a informação dos valores defasados de x_t . A equação (1) pode ser reescrita como:

$$\Delta x_t = [c(1) + \Delta c^*(L)]\epsilon_t \tag{A.2}$$

Da integração de ambos os lados da equação resulta:

$$x_t = c(1)\sum_{s=0}^{\infty} \epsilon_{t-s} + c^*(L)\epsilon_t \tag{A.3}$$

$$x_t = T_t + C_t$$

onde $c_i^* = \sum_{j>1} -c_j$ para todo j , em particular $c_o^* = I_n - c(1)$, que é a versão multivariada da decomposição tendência-ciclo de Beveridge-Nelson (1981), onde a primeira parte é um passeio aleatório chamado de tendência (T), e a segunda parte, estacionária, é chamada de ciclo (C).

Definição 1: Elementos do vetor x_t (nxn), composto por séries I(1), são cointegrados se existe uma combinação linear deles, que é I(0). Tal combinação é chamada de vetor de cointegração. Podem existir r (< n) vetores de cointegração independentes, e a coleção de todos eles é uma matriz α (nxr) de tal modo que $\alpha'x_t$ é I(0).

Definição 2: Elementos de Δx_t têm características comuns de correlação serial se existe pelo menos uma combinação linear deles que é uma inovação com relação à toda informação passada. Tal combinação linear é chamada de vetor de características comuns (“*cofeature vector*”). Podem existir s (< n) vetores de características comuns linearmente independentes e a coleção deles forma a matriz $\tilde{\alpha}$ (nxs), de modo que $\tilde{\alpha}' \Delta x_t$ seja uma inovação.

Como foi dito anteriormente, o vetor de cointegração é uma combinação linear estacionária das séries. Desse modo, aplicando a coleção de vetores de cointegração sobre x_t representado em (A.3), deve-se ter, necessariamente, que $\alpha' c(1)$, de maneira que $\alpha' x_t$ seja igual a $\alpha' c' (L)\varepsilon_t$, que é estacionária, ou seja, não contém tendência.

De modo análogo, podem existir combinações lineares das séries que não contêm ciclos, isto é, $\tilde{\alpha}' c_i^* = 0$ para todo $i \geq 0$. Da definição dos c_i^* 's tem-se $c_{i+1}^* = c_{i+1}^* - c_i^*$ para todo $i \geq 0$, o que implica que $\tilde{\alpha}$ tem que ser ortogonal a todos os c_i^* 's, com exceção de c_0 , que é uma matriz identidade. Voltando à equação (A.1) tem-se $\tilde{\alpha}' \Delta x_t = \tilde{\alpha}' \varepsilon_t$ correspondendo assim à Definição 2.

Fica claro, portanto, que se pode ter uma decomposição de Beveridge-Nelson (1981) de um vetor de séries x_t , bastando, para isto, que Δx_t seja I (0) e, logo, tenha uma representação de Wold.

O método de decomposição adotado segue a proposição de Harvey (1985b), que sugere, dado o objetivo de se decompor uma série econômica integrada em componentes de ciclo e tendência, trabalhar-se com uma classe de modelos de componentes não observados que englobam as propriedades estatísticas desejadas por quem modela. Este método é vantajoso *vis-à-vis* o método pioneiro proposto por Box e Jenkins (1976), no qual as observações são usadas para identificar um modelo adequadamente parcimonioso de uma classe de modelos ARIMA, porque existem várias possibilidades de se ter modelos ARIMA que forneçam previsões ruins e que, ao mesmo tempo, sejam consistentes com um determinado conjunto de dados, no sentido de oferecerem um bom ajustamento.

A formulação que se faz de uma série econômica é a seguinte:

$$x_t = \mu_t + \varphi_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{A.4})$$

onde y_t é o logaritmo do valor observado, μ_t é a tendência, φ_t é o ciclo, e ε_t é um ruído branco. No que se segue, o componente do ciclo será sempre estacionário e linear, o componente irregular é um ruído branco com variância σ^2 e todos os componentes são não correlacionados uns com os outros.

Uma tendência linear estocástica pode ser modelada da seguinte forma:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t \quad (\text{A.5a})$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \tau_t \quad (\text{A.6b})$$

onde η_t e τ_t são ruídos brancos não correlacionados com variâncias σ_η^2 e σ_τ^2 , respectivamente. Observe-se que se $\sigma_\tau^2=0$, o modelo acima equivale a um modelo estacionário em diferenças ou integrado de ordem 1 em nível. Este é justamente o modelo que se obteve para as séries de consumo e PIB trabalhadas na seção 3.

Resta colocar que o ciclo φ_t , tal qual definido por Harvey (1985b), tem a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varphi_t \\ \varphi_t^* \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda \\ -\sin \lambda & \cos \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{t-1} \\ \varphi_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_t \\ \omega_t^* \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

onde φ_t é o componente cíclico e φ_t^* aparece por construção (ver Harrison and Akran, 1983). Os termos ω_t e ω_t^* são ruídos brancos não correlacionados, com variâncias σ_ω^2 e σ_ω^{*2} , respectivamente. Pode-se fazer a hipótese simplificadora de $\sigma_\omega^2 = \sigma_\omega^{*2}$. Harvey (1985b) argumenta que muito pouco ou praticamente nada se perdeu em termos de capacidade de ajustamento com esta imposição e, do ponto de vista da otimização numérica, ter um ao invés de dois parâmetros foi considerada uma enorme vantagem. Nota-se ainda, em relação aos parâmetros, que $0 \leq \lambda \leq \pi$ e $0 \leq \rho \leq 1$, sendo o primeiro a frequência do ciclo e o segundo o fator de desconto da amplitude, que, por estar entre zero e um, torna o ciclo estacionário. É válido observar que os ruídos fazem o ciclo ser estocástico, ao invés de determinístico.

A expressão (A.7) pode ser escrita também como:

$$\varphi_t = \frac{(1 - \rho \cos \lambda.L)\omega_t + (\rho \sin \lambda.L)\omega_t^*}{1 - 2\rho \cos \lambda.L + \rho^2.L^2} \quad (\text{A.8})$$

onde L é o operador defasagem.

Resolvendo-se a equação (A.8) chega-se à conclusão que o ciclo é um ARMA(2,1), com o seguinte formato:

$$(\rho^2 L^2 - 2\rho \cos \lambda L + 1)\varphi_t = (1 + \Phi L)\omega_t \quad (\text{A.9})$$

onde $\Phi = \rho(\sin \lambda - \cos \lambda)$.