

Os exames de qualificação realizados no mestrado profissional em matemática em rede nacional

Marlova Estela Caldato^{†1}
ORCID: 0000-0002-4029-167X
Carlos Alexandre Ribeiro Martins¹
ORCID: 0000-0003-4445-084X
José Carrillo Yanez^{†2}
ORCID: 0000-0001-7906-416X

Resumo

Analisa-se, neste artigo, a natureza dos conhecimentos, especialmente os de cunho especializado, evocados na resolução das questões que compuseram Exames Nacionais de Qualificação (ENQ), desenvolvidos no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), entre os anos de 2012 e 2019. O foco nesse programa deu-se por pautar-se no desenvolvimento de uma sólida formação em Matemática, que contemple as necessidades provenientes do cotidiano dos professores no espaço da escola e de suas necessidades amplas de desenvolvimento e de valorização profissional. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa de cunho qualitativo em que, a partir da análise de conteúdo interpretativa, foram classificadas, à luz do modelo conceitual-analítico *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK), um total de 62 questões, que compuseram os ENQ aplicados no primeiro semestre de oito anos. A análise realizada evidenciou que: a) mais de 70% das questões focam exclusivamente em conhecimentos que figuram apenas em um subdomínio do *Mathematical Knowledge* (MK), o *Knowledge of Topics*, enquanto somente 5% delas abordam conhecimentos que figuram em todos os subdomínios do MK; b) Ausência, em todas as questões, de conhecimentos associados ao domínio *Pedagogical Content Knowledge* (PCK). Assim, conclui-se que a avaliação desenvolvida por meio do ENQ privilegia conhecimentos que figuram somente em um dos seis subdomínios do conhecimento que, realmente, ampara o professor em seu trabalho diário junto à matemática e que se contrapõe aos resultados de diversas e relevantes pesquisas que enfatizam a importância e impacto, na prática docente, de conhecimentos associados ao domínio PCK.

† Durante a edição do artigo, a professora Marlova faleceu.

1- Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, Paraná, Brasil. Contato: carlos@utfpr.edu.br

2- Universidade de Huelva, Huelva, Andalucía, Espanha. Quando do aceite do presente artigo, o professor Carrillo havia falecido. O referido professor, membro expressivo da Sociedade Europeia de Educação Matemática, é o autor principal do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*, dentre diversos trabalhos e pesquisas publicadas em vários periódicos de relevância internacional.



<https://doi.org/10.1590/S1678-4634202349249650por>

This content is licensed under a Creative Commons attribution-type BY 4.0.

Palavras-chave

Conhecimento matemático do professor – Exame Nacional de Qualificação – MTSK – Política pública educacional – PROFMAT.

*Qualification exams carried out in the professional master's program in mathematics in the national network**

Abstract

This article analyzes the nature of the knowledge, especially that of a specialized nature, evoked in the solution of the questions that made up the National Qualification Exams (NQE), developed within the scope of the Professional Master's Program in Mathematics in the National Network (PROFMAT), between the years 2012 and 2019. The focus of this program was based on the development of a solid education in Mathematics, which contemplates the needs arising from the daily lives of teachers in the school space and their broad needs for development and professional appreciation. Therefore, a qualitative study was developed in which, from the interpretative content analysis, a total of 62 questions were classified in the light of the conceptual-analytical model Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK), which composed the NQE applied in the first semester of the 8 years analyzed. The analysis carried out showed that: a) more than 70% of the questions focus exclusively on knowledge that appears in only one subdomain of Mathematical Knowledge (MK), the Knowledge of Topics, while only 5% of them address knowledge that appears in all subdomains of MK; b) Absence, in all questions, of knowledge associated with the Pedagogical Content Knowledge (PCK) domain. Thus, it is concluded that the evaluation developed through the NQE privileges knowledge that appears only in one of the six subdomains of knowledge that really support the teacher in his daily work with mathematics, which is opposed to the results of many relevant studies that emphasize the importance and impact of knowledge associated with the PCK domain in teaching.

Keywords

Teachers' Mathematical Knowledge – National Qualification Exam – MTSK – Public Educational Policy – PROFMAT.

Introdução

A pesquisa aqui apresentada integra um projeto investigativo cujo objeto principal é o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), um programa de pós-graduação em Matemática, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), apoiado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e reconhecido, avaliado e fomentado pela Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O foco no PROFMAT deu-se porque ele, de acordo com seu regimento, tem como objetivo “proporcionar formação matemática aprofundada e relevante ao exercício da docência na Educação Básica, visando a dar ao egresso a qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática” (SBM, 2016, p. 01).

Ademais, o PROFMAT tornou-se referência na instauração de uma “política nacional de formação continuada de professores na modalidade de pós-graduação [mestrados profissionais em rede], haja vista o surgimento posterior de outros programas de mestrado profissional em rede” (CALDATTO; FIORENTINI; PAVANELLO, 2018). No ano de 2019, além do PROFMAT, no âmbito PROEB³ estão sendo ofertados mais 11 programas de mestrado dessa mesma natureza, a saber⁴: ProFis, PROFCIAMB, ProfLetras, ProfArtes, ProfHistória, PROFBIO, PROFQUI, PROFilo, PROFSOCIO, PROFEDFÍSICA e ProfÁgua.

Ofertado por intermédio de uma rede de Instituições de Ensino Superior (IES) e atualmente presente nas 27 unidades da federação, o PROFMAT, aparentemente, está consolidado, uma vez que, desde sua implementação, tem expandido seu alcance, já que em 2011, ano de seu início, a rede era composta por 48 IES (54 polos), em 2013 por 58 IES (71 polos), em 2015 por 66 instituições (80 polos), em 2017 por 67 IES (79 polos) e em 2019 passou a ser integrada por 75 IES (100 polos)⁵.

Mediante esse cenário, distintos elementos que compõem e interferem na implantação e execução do PROFMAT têm sido objeto de estudo, como é o caso: das fases que compõem a implementação de seu currículo (CALDATTO; PAVANELLO; FIORENTINI, 2016); das alterações em sua matriz curricular (FARIAS; VILELA, 2017); do projeto acadêmico aprovado pela CAPES e que autorizou sua abertura (CALDATTO; FIORENTINI; PAVANELLO, 2018); e de livros-textos que balizam as atividades de ensino em disciplinas ofertadas em seu âmbito (CALDATTO, 2015; CALDATTO; RIBEIRO, 2019). E é nesse mesmo contexto que se apresenta esta pesquisa, no entanto, focando em um elemento ainda não investigado: os Exames Nacionais de Qualificação (ENQ) aplicados âmbito do PROFMAT.

3- ProEB (Programas de Mestrado Profissional para Qualificação de Professores da Rede Pública de Educação Básica) tem por objetivo a formação continuada *stricto sensu* dos professores em exercício na rede pública de educação básica, em conformidade com a política do Ministério da Educação (MEC), mediante apoio às instituições de ensino superior ou rede de instituições associadas do país, responsáveis pela implantação e execução de cursos com áreas de concentração e temáticas vinculadas diretamente à melhoria da Educação Básica. O apoio da CAPES dar-se-á mediante a concessão de bolsas e fomento aos cursos de Mestrado Profissional do ProEB, nas modalidades presencial e a distância, no âmbito do Sistema Universidade Aberta do Brasil – UAB, (para mais informações consultar: http://www.capes.gov.br/educacao-a-distancia/proeb?fbclid=IwAR3QyJ6T1j6KLT1H1rQXXTpu7bouKJlgluSijlrMWKGbw4NNOBtq6Mxl_SI).

4- Respectivamente, Mestrado Profissional em: Ensino de Física; Ensino das Ciências Ambientais para Professores de Ensino Básico; Letras; Artes; Ensino de História; Ensino de Biologia; Química; Filosofia; Sociologia; Educação Física; Gestão de Recursos Hídricos.

5- Dados disponíveis em: <http://www.profmatt-sbm.org.br/instituicoes-associadas/>, acesso em: 01/05/2019.

Assim, esta pesquisa procurará responder à seguinte questão: quais conhecimentos são mobilizados pelas questões que compuseram os Exames Nacionais de Qualificação do PROFMAT, no decorrer dos anos de 2012 e 2019, tendo em vista que esse programa é voltado para o desenvolvimento profissional docente em relação ao ensino da matemática na educação básica?

Nessa conjuntura, doravante apresentam-se: o contexto e as opções metodológicas adotadas para o desenvolvimento desta pesquisa; as bases conceituais do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK⁶), modelo conceitual-analítico voltado para a discussão do conhecimento especializado do Professor que Ensina Matemática (PEM) e que foi utilizado como teoria que estruturou e delineou as análises desenvolvidas; os dados e análises emergentes; considerações finais.

Objetivo, objeto, metodologia e contexto da investigação

O objetivo do presente artigo foi de investigar e analisar a natureza dos conhecimentos, especialmente os de cunho especializado, evocados na resolução das questões que compuseram Exames de Qualificação, desenvolvidos no âmbito do PROFMAT, entre os anos de 2012 e 2019, tendo em conta que esse programa visa ao desenvolvimento de um processo formativo pautado em uma “sólida formação em Matemática, que contemple as necessidades advindas tanto do trabalho cotidiano dos professores no espaço da escola quanto de suas necessidades amplas de desenvolvimento e valorização profissional” (BRASIL, 2010, p. 9).

Em decorrência de tal objetivo, desenvolveu-se uma pesquisa de cunho qualitativo em que, a partir da análise de conteúdo interpretativa (MARCONI; LAKATOS, 2017), foram classificadas, à luz do modelo conceitual-analítico MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018), as questões que compuseram os Exames Nacionais de Qualificação ofertados, no âmbito do PROFMAT, no primeiro semestre dos anos de 2012 a 2019. Ressalta-se que, para efeito de análise, foram considerados os conhecimentos que figuram na resolução de cada uma das questões e que integram os gabaritos publicados no *site* do referido programa⁷, uma vez que apresentam os parâmetros a serem seguidos no processo de correção dos exames aplicados em todo o Brasil e, por conseguinte, apresentam também indícios dos conhecimentos considerados relevantes no processo formativo desenvolvido.

Desse modo, para efeito de apresentação, tais questões foram nominadas por uma expressão associada à sigla EAQN, na qual as letras referem-se: à palavra Exame (E), ao ano em que o exame foi aplicado (A=12; 13; ...; 19), à palavra Questão (Q) e ao número (N=1; 2; ...; 8) da questão mediante a sequenciação que compôs cada prova. Assim, por exemplo, a expressão E12Q1 refere-se à Questão 1 do ENQ aplicado no primeiro semestre do ano de 2012.

A adoção do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (CARRILLO *et al.*, 2018) como modelo conceitual-analítico deu-se porque ele, além de conceitualizar o

6- Optamos por utilizar a nomenclatura em inglês por ser esta uma conceitualização já reconhecida internacionalmente e por poder a tradução acarretar a dessignificação que se encontra associada a cada uma das suas dimensões.

7- Disponível em: <http://www.profmato-sbm.org.br/exame-nacional-de-qualificacao/>, acesso em: 20/04/2019.

conhecimento mobilizado pelo professor ao ensinar matemática, também se configura como uma ferramenta analítica para contextos investigativos vinculados à prática profissional do PEM, de modo especial, na educação básica. Conforme detalhado doravante, o MTSK é composto pelos domínios *Mathematical Knowledge* (MK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) que, exclusivamente para fins analíticos, são organizados em subdomínios e categorias do conhecimento, que favorecem o processo de classificação e análise de dados provenientes de distintos contextos (situações de ensino, situações formativas, entrevistas, documentos etc.) relacionados ao exercício docente do PEM ao ensinar matemática.

Já a opção de focar-se no ENQ deu-se porque a obtenção do título de mestre em Matemática pelo PROFMAT, conforme tradicionalmente ocorre nos programas de Pós-graduação da área de Matemática, está condicionada, dentre outros quatro fatores⁸, à aprovação dos acadêmicos no referido exame. Trata-se de uma avaliação escrita, ofertada duas vezes ao ano (uma por semestre letivo), composta de questões discursivas que abarcam conteúdos das disciplinas básicas da grade curricular do programa (a saber: Números e Funções Reais; Matemática Discreta; Geometria; Aritmética). Tal exame é elaborado e corrigido pela Comissão Nacional de Avaliação dos Discentes do PROFMAT, designada por portaria da coordenação da Comissão Acadêmica Nacional, e aplicado junto aos acadêmicos, simultaneamente, em todos os polos do PROFMAT (mesma data e horário). Ademais, cada acadêmico “dispõe de duas únicas oportunidades consecutivas para obter aprovação no Exame Nacional de Qualificação”, que devem ser realizadas “imediatamente após ter sido aprovado nas quatro disciplinas básicas e dentro do período de integralização do curso” (SBM, 2016, p. 05).

Dessa forma, o acadêmico do PROFMAT que obtiver uma reprovação no ENQ, cuja aprovação está condicionada ao acerto de 50% da prova (obtenção de nota igual ou superior a 5, em uma escala de 0 a 10), terá a oportunidade de realizar o exame no semestre seguinte e, em caso de estar recebendo a bolsa de estudos (da CAPES), terá sua bolsa cancelada. Na ocorrência de uma segunda reprovação no ENQ, o acadêmico será desligado do programa e se estiver na condição de bolsista, deverá restituir os “valores despendidos com a bolsa, conforme legislação em vigor” (SBM, 2018, p. 03).

Nesse cenário, o ENQ torna-se uma importante componente do processo formativo desenvolvido, uma vez que se configura como um dos principais instrumentos de avaliação (se não o principal) do PROFMAT, uma vez que a reprovação dos discentes acarreta a eles uma série de consequências como, por exemplo, o seu desligamento do programa e a devolução do montante recebido em bolsa de estudo, em caso de recebimento. Dessa forma, pesquisas voltadas para esse elemento do PROFMAT são relevantes, especialmente, se considerarmos os objetivos do programa e que ele envolve o emprego de dinheiro público em sua idealização e execução.

8- I- Ter sido aprovado em pelo menos 9 (nove) disciplinas, incluindo todas as disciplinas obrigatórias definidas no Catálogo de Disciplinas; II- Ter sido aprovado no ENQ; III- Ter sido aprovado na defesa do trabalho de conclusão final do PROFMAT; IV- Ter a versão final do texto formalmente escrito inserido no Sistema de Controle Acadêmico e na Plataforma Sucupira pela Coordenação Acadêmica Institucional; V- Satisfazer todos os requisitos legais de sua Instituição Associada (SBM, 2016, p. 06).

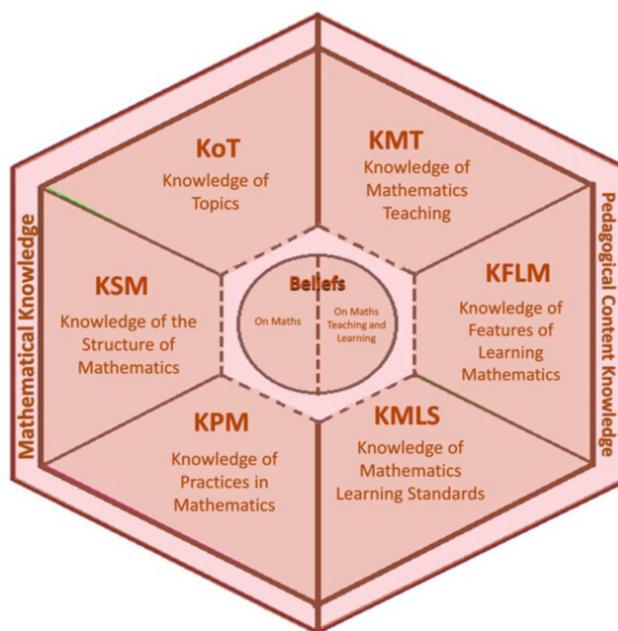
O modelo conceitual-analítico *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*

O professor constantemente figura nas agendas, tanto político-educacionais quanto acadêmicas, uma vez que o seu conhecimento é considerado, dentre os fatores controláveis e intervenientes no processo de ensino, o que mais repercute nas aprendizagens e nos resultados dos alunos (DARLING-HAMMOND, 2000). Comumente associados às conceitualizações de *Content Knowledge* (CK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) elaboradas por Shulman (1986), especialmente em nível internacional, figuram estudos que discutem “uma base de conhecimento para o ensino que não depende apenas do domínio do conteúdo, do estilo pessoal ou da boa comunicação docente” (BORN; PRADO; FELIPPE, 2019, p. 03). Desses estudos emergiram distintos modelos conceituais e analíticos voltados para a investigação dos conhecimentos que impactam, diretamente, na ação do professor ao ensinar cada uma das diversas áreas do conhecimento [física (ETKINA, 2010), química (ALVARADO; CAÑADA; GARRITZ, 2015), biologia (JÜTTNER; NEUHAUS, 2013) etc.].

No que se refere à matemática, as pesquisas têm se voltado, em particular, para a análise de dimensões do conhecimento que impactam diretamente o ensino da matemática (BAUMERT *et al.*, 2010; SCHEINER *et al.*, 2017). Nesse sentido, destacam-se, por exemplo, os trabalhos de Rowland e Turner (2007), ao conceberem o *Knowledge Quartet*, Ball e colaboradores (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), ao elaborarem o *Mathematical Knowledge Teaching* (MKT), Baumert e colaboradores (KLEICKMANN *et al.*, 2015), ao investigarem no âmbito do *Professional Competence of Teachers, Cognitively Activating Instruction, and the Development of Students' Mathematical Literacy* (COACTIV), Stylianides e Stylianides (2014), ao formarem o *Mathematics for Teaching*, e Carrillo e colaboradores (CARRILLO *et al.*, 2018), ao desenvolverem *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*.

Esse último modelo, ao voltar-se para a especialização do conhecimento do PEM, assume que a prática desse profissional necessita de conhecimentos exclusivos e intrínsecos ao ensino de matemática, de modo que não faz alusão e comparação entre esses conhecimentos e os demandados por professores de outras áreas – como é o caso do COACTIV, por exemplo (KRAUSS; BAUMERT; BLUM, 2008) – ou outros profissionais – como é o caso do MKT, por exemplo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Dessa forma, o MTSK assume que o PEM necessita de um conhecimento composto pelas dimensões *Beliefs*, *Mathematical Knowledge* (MK) e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) (e suas subdimensões, conforme exposto na figura 1), cuja divisão teórica ocorre exclusivamente para fins analíticos (FLORES *et al.*, 2016), uma vez que elas se interrelacionam e retroalimentam, constantemente, quando o professor ensina matemática. Mediante a esse quadro, optou-se pela adoção do MTSK como modelo analítico para a discussão do ENQ do PROFMAT, uma vez que ambos têm o mesmo foco: o conhecimento matemático exclusivamente suscitado pelo professor ao ensinar matemática.

Figura 1 – Domínios e subdomínios do MTSK



Fonte: Carrillo *et al.* (2018).

Conforme apresentado na figura 1, o MTSK é composto por domínios e subdomínios, tal que o MK se define e estrutura a partir do *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM), enquanto o PCK é definido e estruturado a partir do *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS). O domínio voltado para as concepções e crenças do professor (*Beliefs*) relaciona-se tanto à matemática quanto ao ensino da matemática e, por isso, localiza-se no centro do modelo.

O subdomínio KoT inclui os conhecimentos relacionados, diretamente, aos temas/tópicos que o professor precisa ensinar, como por exemplo, os procedimentos (buscando discutir como se faz?, quando se pode fazer?, por que se faz assim? e as características dos resultados obtidos a partir dos referidos procedimentos matemáticos), aspectos fenomenológicos e de aplicação dos tópicos/temas, definições, propriedades e seus fundamentos, além do conhecimento sobre os distintos registros de representação dos temas específicos (CARRILLO *et al.*, 2018). Ressalta-se que, no KoT, figuram conhecimentos matemáticos que complementam a abordagem do tópico em tela nos documentos curriculares.

O KSM refere-se ao conhecimento do professor que o permite identificar e estabelecer relações entre temas e tópicos matemáticos no decorrer do ensino deles. Assim, ao invés de os conceitos serem tidos como elementos isolados, a apropriação do KSM viabiliza a integração deles em um sistema de conexões, que permita ao professor compreender e abordar certos conceitos avançados desde uma perspectiva elementar (simplificação), desenvolver

certos conceitos elementares a partir de uma perspectiva avançada (complexificação), relacionar tópicos distintos a partir de características comuns (transversais) ou visando ao desenvolvimentos de um dos tópicos a partir do outro (auxiliares) (CARRILLO *et al.*, 2017).

O KPM abarca aspectos relacionados ao pensamento e ao fazer matemático, como o conhecimento relativo às diferentes formas de definir, argumentar, demonstrar e validar em matemática, bem como o conhecimento da sintaxe matemática (FLORES *et al.*, 2016).

A ação de ensinar envolve o conhecimento de como esse ensino pode e deve ser desenvolvido. Assim, o KMT contempla conhecimentos de distintas teorias de ensino, de estratégias, técnicas, tarefas, exemplos e recursos (materiais e virtuais) de ensino que permitem, ao professor, fomentar o desenvolvimento das capacidades matemáticas procedimentais e conceituais dos alunos. Da mesma forma, esse subdomínio prevê que o professor precisa conhecer exemplos que despertem no estudante a intuição a respeito de alguns conceitos, além de recursos que lhe permitam induzir seus alunos a conhecer, mediante manipulação, certos conceitos matemáticos.

O conhecimento vinculado ao modo como os alunos interagem com os conteúdos matemáticos é um dos conhecimentos altamente significativos para os autores (FLORES *et al.*, 2016; CARRILLO *et al.*, 2017; CARRILLO *et al.*, 2018) e que, portanto, compõe o MTSK por meio do KFLM. Sendo assim, o KFLM abarca o conhecimento das características do processo de compreensão dos distintos conteúdos pelos estudantes, os erros, dificuldades, facilidades e obstáculos associados à aprendizagem de cada conceito, além da linguagem usada pelos estudantes em relação ao conceito trabalhado em sala de aula e das teorias de aprendizagem que figuram nas distintas literaturas.

O KMLS refere-se, especialmente, aos *standards* de aprendizagem da matemática, como, por exemplo, às expectativas de aprendizagem em cada ciclo/fase educacional, nível de desenvolvimento conceitual e/ou procedimental esperado, além da sequência dos conhecimentos de cada nível. Assim, por exemplo, no KMLS figuram conhecimentos relacionados ao currículo adotado pela instituição em todas as etapas/níveis de ensino, além das informações presentes nas produções originárias de pesquisas da área de educação matemática, com informações fornecidas por professores experientes a respeito da aprendizagem esperada em cada etapa.

Apresentação e discussão dos dados: os ENQ aplicados entre 2012 e 2019

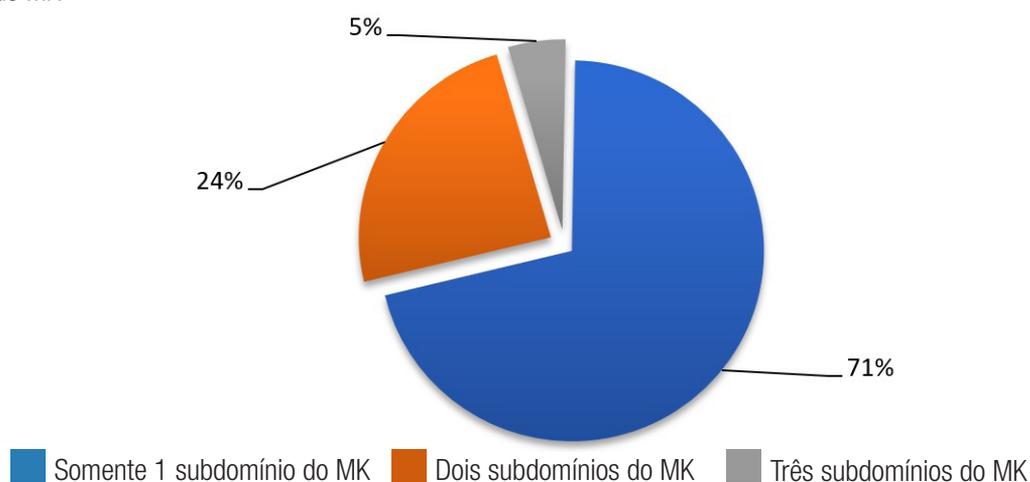
Tendo em vista o objetivo desta pesquisa, será analisado o conteúdo das questões que compuseram 8 ENQ aplicados no âmbito PROFMAT, de modo particular, os que foram aplicados no primeiro semestre dos anos de 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018 e 2019. Diante desse quadro, o *corpus* de análise será composto por 62 questões discursivas, uma vez que, 7 ENQ foram compostos por 8 questões e 1 ENQ (aplicado em 2012, primeiro exame aplicado no PROFMAT) foi composto por 6 questões.

Uma primeira aferição factível das análises realizadas diz respeito à ausência de conhecimentos que possam ser associados ao domínio PCK do MTSK. Ou seja, nenhuma das questões e, portanto, nenhum dos ENQ analisados, abordam a matemática de uma

perspectiva de seu ensino e aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016). No decorrer do texto, iremos apresentar e discutir uma parcela das referidas questões, em que tal ausência será cristalizada.

No que se refere ao domínio MK do MTSK, a primeira categorização produzida foi corporificada no gráfico 1.

Gráfico 1 – Categorização das questões em relação à abordagem de conhecimentos dos subdomínios do MK



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com o gráfico 1, do total de questões em análise, 5% delas abarcaram conhecimentos pertencentes aos três subdomínios de MK, 24% abordaram, simultaneamente, conhecimentos de dois subdomínios e 71% delas envolveram em seu processo de resolução apenas conhecimentos que figuram em um subdomínio.

No que se refere aos 5% das questões que abarcaram simultaneamente conhecimentos que figuram nos domínios KoT, KSM e KPM, eles originaram um *cluster* (1) de análise composto pelas questões E12Q2, E13Q3 e E18Q8, cuja resolução que constava no gabarito e, portanto, em tese, considerada correta pelos corretores, envolveu os conhecimentos discriminados no Quadro 1.

Quadro 1 - Questões que abordam simultaneamente conhecimentos do KoT, KSM e KPM

Categorias do KoT, KSM e KPM	Questões Associadas
Procedimentos – KoT	E12Q2, E13Q3 e E18Q8
Definições, propriedades e seus fundamentos – KoT	
Fenomenologia e Aplicações – KoT	
Conexões Auxiliares – KSM	
Formas de Validação e Demonstração – KPM	

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o quadro 1, as 3 questões abordam os conhecimentos relativos aos procedimentos, definições, propriedades e seus fundamentos e fenomenologia e aplicações (que, dentre outros, compõem o KoT), da mesma forma, que fomentavam o desenvolvimento de conexões auxiliares entre tópicos distintos da matemática (KSM) e Formas de Validação e Demonstração (KPM) (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016). Para efeito de exemplificação e discussão, consideremos a questão E13Q3, composta do seguinte enunciado:

Figura 2 - Enunciado da questão E13Q3

O objetivo desta questão é demonstrar que a função $f(x) = \cos \sqrt{x}$, $x \geq 0$, não é periódica, ou seja, não existe nenhum número real positivo T tal que $\cos \sqrt{x+T} = \cos \sqrt{x}$ para todo $x \geq 0$.

a) Encontre todos os valores de $T \geq 0$ para os quais $f(T) = f(0)$ e, a seguir, encontre todos os valores de $T \geq 0$ para os quais $f(T) = f(2T)$.

b) Use o item a) para mostrar que $f(x)$ não é periódica.

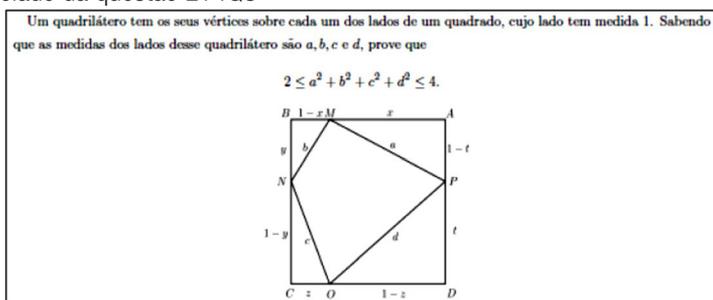
Fonte: Dados da pesquisa.

De fato, a resolução da questão E13Q3 divulgada no site do programa suscita o conhecimento dos procedimentos envolvidos no estudo da função cosseno, o conhecimento da definição de função periódica e aplicação do conceito de periodicidade de função (KoT). Ademais, abarca também o conhecimento sobre a irracionalidade de $\sqrt{2}$, evidenciando a realização de uma conexão auxiliar com um conteúdo que não é objeto da questão (KSM) e da demonstração por absurdo (item b da questão) (KPM).

Em relação aos 24% das questões que abordaram, simultaneamente, conhecimentos de dois subdomínios e que totalizam 15 questões (cluster 2), temos que 13 delas estão associadas ao KoT e KPM, enquanto 2 delas estão associadas ao KoT e KSM.

A resolução das duas questões associadas ao KoT e KSM, E14Q3 e E15Q2, suscitam conhecimentos associados aos procedimentos, definições, propriedades e seus fundamentos (KoT), além de promoverem conexões entre o tópico central da questão com temas que não são objeto direto da discussão (conexões auxiliares, KSM) (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016). Para efeito de apreciação, consideremos a questão E14Q3, que apresenta o seguinte enunciado:

Figura 3 - Enunciado da questão E14Q3



Fonte: Dados da pesquisa.

Com efeito, a resolução da questão E14Q3 publicada no *site* do PROFMAT abrange conhecimentos sobre procedimentos inerentes à manipulação de expressões numéricas/algébricas de desigualdades, além do conhecimento de definições, propriedades e procedimentos que envolvem figuras geométricas (particularmente, quadriláteros) (KoT). Evoca, também, conhecimentos associados à definição e propriedades de uma função quadrática no decorrer da resolução de um problema de cunho geométrico, caracterizando uma conexão auxiliar (KSM).

No que se relaciona às 13 questões associadas ao KoT e KPM, a resolução de três delas, E12Q3, E13Q6 e E16Q4, envolve conhecimentos sobre procedimentos, definições, propriedades (KoT), além de explorar formas de validação e demonstração e processos associados à resolução de problemas como forma de produzir matemática (KPM). Ademais, a questão E12Q3, diferentemente de E13Q6 e E16Q4, também envolve fenomenologia e aplicações de conhecimentos vinculados ao tópico em tela (KoT) (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016), conforme discutido na sequência.

Figura 4 - Enunciado da questão E12Q3

Uma moeda honesta é lançada sucessivas vezes.

- (a) **(10pts)** Se a moeda for lançada 4 vezes, qual é a probabilidade de que o número observado de caras seja ímpar? E se a moeda for lançada 5 vezes?
- (b) **(5pts)** Observando o resultado do item (a), formule uma conjectura sobre a probabilidade de se observar um número ímpar de caras em n lançamentos da moeda.
- (c) **(10pts)** Demonstre, utilizando indução finita, a conjectura do item (b).

Fonte: Dados da pesquisa.

Deveras, a resolução da questão E12Q3 envolve a definição, propriedades e procedimentos associados ao cálculo de probabilidade, além da aplicação desse conhecimento (KoT) e de formas de validação e demonstração em matemática, como é o caso da resolução do item c que envolve a técnica de demonstração por indução finita (KPM). Por fim, note-se que o estudante é levado a produzir uma conjectura, no item b, a qual deve ser demonstrada no item c. Sendo esse processo de produção de conjectura (produção de um resultado matemático) uma característica da prática matemática no processo de resolução de problemas (KPM).

Dessas 13 questões, 2 delas, E18Q6 e E18Q7, envolvem, em sua resolução, conhecimentos relacionados aos procedimentos, definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação (KoT) e formas de validação e demonstração (KPM) (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016) (Quadro 2).

Quadro 2 – Questões que abordam simultaneamente conhecimentos do KoT e KPM

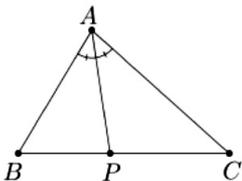
Categorias do KoT e KPM	Questões Associados
Procedimentos – KoT	E18Q6 e E18Q7
Definições, propriedades e seus fundamentos – KoT	
Registros de Representação – KoT	
Formas de Validação e Demonstração – KPM	

Fonte: Elaboração própria.

Com a finalidade de exemplificarmos o processo de análise que culminou no quadro 2, consideremos o enunciado da questão E18Q7:

Figura 5 – Enunciado da questão E18Q7

Seja ABC um triângulo. Se P é o pé da bissetriz interna relativa ao lado BC , prove o Teorema da Bissetriz Interna, isto é, que

$$\frac{BP}{PC} = \frac{BA}{AC}.$$


Fonte: Dados da pesquisa.

De fato, os conhecimentos, segundo o gabarito, envolvidos na resolução da questão E18Q7 perpassam por procedimentos associados aos ângulos alternos internos, além do conhecimento de várias definições geométricas como, por exemplo, a de triângulos isósceles. Ainda, o objetivo da questão é que seja elaborada uma prova para o Teorema de Bissetriz Interna, sendo esse anunciado acompanhado pela representação gráfica do teorema.

Ainda das 13 questões, 8 envolvem simultaneamente KoT e KPM porém, conforme o quadro 3 evidencia, envolveram somente duas categorias do KoT (procedimentos e definições, propriedades e seus fundamentos) e uma do KPM (formas de validação e demonstração) (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016).

Quadro 3 - Questões que abordam simultaneamente conhecimentos do KoT e KPM

Categorias do KoT e KPM	Questões Associados
Procedimentos – KoT	E13Q4, E14Q5, E14Q7, E14Q8, E15Q1, E15Q6, E17Q6, E19Q2
Definições, propriedades e seus fundamentos - KoT	
Formas de Validação e Demonstração - KPM	

Fonte: elaboração própria

A propósito de discussão e exemplificação das discussões que se concretizaram no quadro 3, consideremos a questão E17Q6, composta do seguinte enunciado:

Figura 6 - Enunciado da questão E17Q6

(a) Prove a relação de Stifel: para todos n e p inteiros positivos com $n \geq p$,

$$C_{n+1}^{p+1} = C_n^{p+1} + C_n^p.$$

(b) Considere a sequência de números inteiros

$$\begin{cases} a_1 = C_2^2, \\ a_n = C_2^2 + \dots + C_{n+1}^2, \quad n \geq 2. \end{cases}$$

Mostre que $a_n = C_{n+2}^3$.

Fonte: Dados da pesquisa.

Por certo, os conhecimentos evocados no decorrer da resolução apresentada no gabarito da questão E17Q6 são sobre procedimentos e definição e propriedades de combinações (KoT). Além disso, o objetivo fim da questão é a elaboração de provas (formas de validação e demonstração) para duas sentenças matemáticas que envolvem o tópico combinação (KPM), no caso demonstração usando indução finita para provar o item b.

Em relação à parcela das questões cujas resoluções abordam conhecimentos que figuram somente em um domínio do MTSK (*cluster 3*), 71% do total em análise (44 questões), elas abarcam conhecimentos vinculados ao KoT, sendo 17 delas associadas às categorias procedimentos e definições, propriedades e seus fundamentos (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016), conforme apresentamos no quadro 4.

Quadro 4 - Questões que abordam somente duas categorias de conhecimentos do KoT

Categorias do KoT	Questões Associadas
Procedimentos	E13Q8, E14Q1, E14Q2, E15Q5, E16Q1, E16Q6, E17Q1, E17Q7, E17Q8, E18Q2, E18Q4, E18Q5, E19Q1, E19Q3, E19Q4, E19Q6 e E19Q8
Definições, propriedades e seus fundamentos.	

Fonte: Elaboração própria.

Para efeito de discussão e apresentação das análises que se corporificaram no quadro 4, consideremos a questão E19Q8, composta pelo seguinte enunciado (Figura 7):

Figura 7 - Enunciado da questão E19Q8

(a) Determine o menor número natural c para o qual a equação

$$5X + 7Y = c$$

tenha exatamente 4 soluções em $\mathbb{N} \cup \{0\}$.

(b) Determine, explicitamente, as 4 soluções obtidas no item (a).

Fonte: Dados da pesquisa.

De fato, os conhecimentos que figuram no gabarito da questão E19Q8 associam-se a definição e propriedades de uma Equação Diofantina, bem como o conhecimento do algoritmo padrão associado a resolução desse tipo de equação (KoT).

Ainda dessas 44 questões, 6 associam-se às categorias procedimentos e definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016), conforme apresentamos no quadro 5.

Quadro 5 - Questões que abordam três categorias de conhecimentos do KoT

Categories do KOT	Questões Associados
Procedimentos	E14Q6, E16Q7, E17Q2, E17Q5, E18Q3, E19Q7
Definições, propriedades e seus fundamentos	
Registros de Representação	

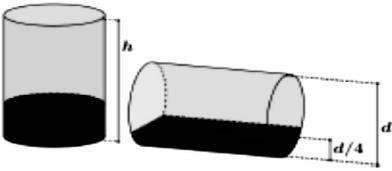
Fonte: Elaboração própria.

Com efeito, tendo em conta a questão E19Q7 (figura 8) em um cenário de elucidação das análises cristalizadas no quadro 5, temos que sua resolução envolve o procedimento do cálculo do volume de um cilindro, além da definição dessa figura geométrica e suas propriedades, como a de geratriz, por exemplo, além da representação gráfica do objeto geométrico em foco na questão.

Figura 8 - Enunciado da questão E19Q7

Um recipiente cilíndrico de base circular está parcialmente cheio de água. Quando “deitado”, isto é, apoiado sobre uma de suas geratrizes, o nível da água atinge um quarto do diâmetro d da base do cilindro, conforme figura. Quando o cilindro é “levantado”, isto é, apoiado sobre uma de suas bases, o nível da água atinge que fração da altura h do cilindro?

Observação: Considere desprezível a espessura das paredes e das bases do recipiente.



Fonte: Dados da pesquisa.

Das 44 questões associadas estritamente ao KoT, 16 vinculam-se às categorias procedimentos e definições, propriedades e seus fundamentos e fenomenologia e aplicações (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016), conforme apresentado no quadro 6.

Quadro 6 - Questões que abordam três categorias de conhecimentos do KoT

Categorias do KoT	Questões Associados
Procedimentos	E12Q1, E12Q4, E12Q6, E13Q5, E13Q7, E14Q4, E15Q3, E15Q7, E15Q8, E16Q2, E16Q3, E16Q5, E17Q3, E17Q4, E18Q1, E19Q5
Definições, propriedades e seus fundamentos.	
Fenomenologia e Aplicações.	

Fonte: Elaboração própria.

Deveras, em um contexto de ilustração das análises que geraram o quadro 5, consideremos a questão E18Q1 apresentada na Figura 9:

Figura 9 - Enunciado da questão E18Q1

<p>Isótopos radioativos de um elemento químico estão sujeitos a um processo de decaimento radioativo. Com o passar do tempo, uma amostra de tais isótopos vai se desintegrando, isto é, emitindo radiação e se transformando em uma amostra de átomos mais estáveis.</p> <p>Sabe-se que este decaimento é de tipo exponencial, isto é, denotando por $m(t)$ a massa de um determinado isótopo radioativo no instante t, tem-se</p> $m(t) = m_0 \cdot b^t,$ <p>para algum $0 < b < 1$, sendo $m_0 > 0$ a massa inicial. A <i>meia vida</i> deste isótopo, denotada T, é o tempo necessário para que a massa m se reduza à metade de seu valor inicial.</p> <p>(a) Determine b em função de T.</p> <p>(b) Determine, em função de T, o tempo necessário para que m se reduza a um terço de seu valor inicial.</p>
--

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao voltarmos-nos para a resolução que consta no gabarito da referida questão, constatamos que ela envolve a definição e propriedades de função exponencial, além de evocar a manipulação de procedimentos associados a tal função, a partir da aplicação desses conhecimentos na resolução de um problema que envolve o cálculo da meia-vida de isótopos radioativos.

Para finalizar, ainda em relação às questões que compõem o *cluster 3*, temos que cinco delas evocam na resolução presente em seus gabaritos conhecimentos que figuram nas categorias do KoT procedimentos, definições, propriedades e seus fundamentos, registros de representação e fenomenologia e aplicações (CARRILLO *et al.*, 2017; 2018; FLORES *et al.*, 2016), conforme apresentado no quadro 7.

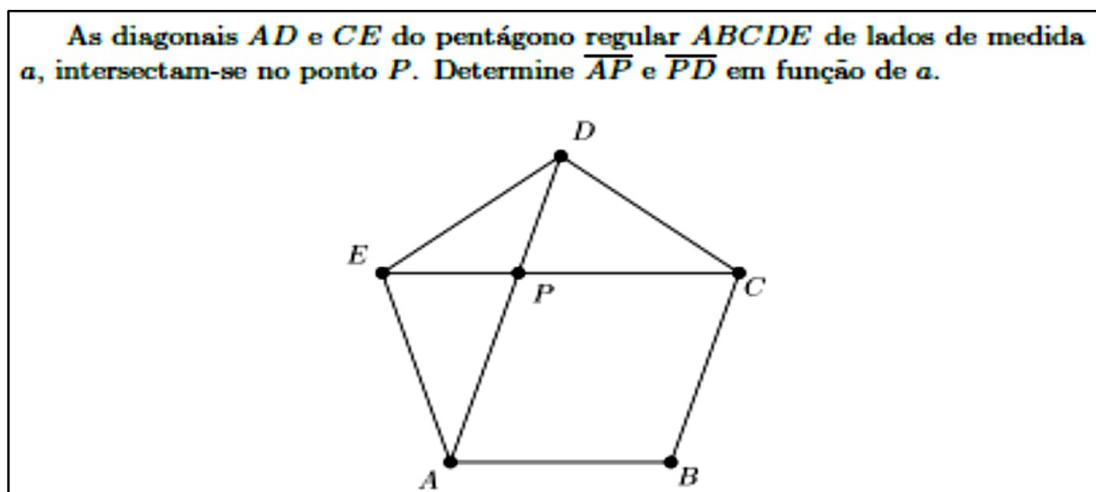
Quadro 7 - Questões que abordam quatro categorias de conhecimentos do KoT

Categorias do KoT	Questões Associadas
Procedimentos	E12Q5, E13Q1, E13Q2, E15Q4, E16Q8
Definições, propriedades e seus fundamentos	
Registros de Representação	
Fenomenologia e Aplicações	

Fonte: Elaboração própria.

Para fins de exemplificação e discussão das análises que originaram o quadro 7, consideremos a questão E15Q4, cujo enunciado é apresentado na figura 10.

Figura 10 - Enunciado da questão E15Q4



Fonte: Dados da pesquisa.

O processo de resolução apresentado no gabarito da referida questão envolve o conhecimento de procedimentos, definições, propriedades e fundamentos de figuras geométricas planas, especialmente do pentágono. De modo particular, a questão suscita o estabelecimento da relação (por meio de uma expressão algébrica) entre a medida do comprimento do lado de um pentágono (a), e os segmentos originários da interseção entre duas de suas diagonais, a saber \overline{AP} e \overline{PD} (*propriedade*). Sendo que essa expressão pode se configurar como uma ferramenta de auxílio no processo de determinação (procedimento) do comprimento dos segmentos \overline{AP} e \overline{PD} a partir do valor do comprimento do lado do pentágono. A referida questão também é acompanhada por uma *representação* gráfica do enunciado, além de tratar-se de uma aplicação dos conceitos geométricos de congruência e semelhança de triângulos no decorrer da resolução.

Considerações finais

A análise apresentada evidenciou que o processo avaliativo desenvolvido no âmbito do PROFMAT por meio do Exame Nacional de Qualificação é voltado para a exploração de conhecimentos que, de acordo com o modelo conceitual-analítico *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (CARRILLO *et al.*, 2017, 2018; FLORES *et al.*, 2016), figuram exclusivamente no domínio *Mathematical Knowledge*. Ademais, predominantemente, os conhecimentos que figuram nas questões que compuseram o referido exame, no decorrer de todos os anos em que ele foi implementado (e que o programa está andamento), se associam ao subdomínio *Knowledge of Topics* (KoT), sendo que conhecimentos associados aos subdomínios *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM) figuram com expressiva menor intensidade, uma vez que mais de 70% das questões focam exclusivamente em conhecimentos que figuram no KoT, enquanto somente 5% delas abordam conhecimentos que figuram nos 3 subdomínios.

Assim, de uma perspectiva de discussão da articulação entre o processo de avaliação (decisivo) que ocorre no PROFMAT e os objetivos a que se propõe essa política de formação continuada de professores, em nível de mestrado profissional, é possível aferirmos que: I) Levando em consideração que a prática do PEM ao ensinar matemática, quando analisada à luz do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*, suscita a mobilização de conhecimentos vinculados aos subdomínio KoT, KSM e KPM de forma interrelacionada e articulada, é possível afirmarmos que a avaliação desenvolvida no PROFMAT privilegia somente um dos subdomínios do conhecimento matemático que, realmente, ampara o professor em seu trabalho diário junto à matemática; II) O processo avaliativo desenvolvido pelo Exame Nacional de Qualificação não aborda em nenhum momento conhecimentos associados ao domínio *Pedagogical Content Knowledge* (PCK).

A ausência de conhecimentos vinculados ao *Pedagogical Content Knowledge* conflita com os resultados obtidos pelas pesquisas que discutem a influência da formação matemática do PEM em sua prática ao ensinar matemática, uma vez que, de acordo com a conceptualização do MTSK e de diversos modelos conceituais-analíticos (alguns, inclusive, vinculados a políticas educacionais) – como, por exemplo, os trabalhos de Rowland e Turner (2007); Ball e colaboradores (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), Baumert e colaboradores (KLEICKMANN *et al.*, 2015) e Stylianides e Stylianides (2014) – a prática docente é dependente desse tipo de conhecimento (PCK) e ele também está estreitamente relacionado à dimensão matemática da formação do PEM.

As análises realizadas sobre os ENQ do PROFMAT convergem com as desenvolvidas por outras pesquisas (CALDATTO, 2015; CALDATTO; PAVANELLO; FIORENTINI, 2016; FARIAS; VILELA, 2017; CALDATTO; FIORENTINI; PAVANELLO, 2018; CALDATTO; RIBEIRO, 2019) que concluem que os elementos que compõem o processo formativo desenvolvido no âmbito desse programa de pós-graduação estão afastados consideravelmente das demandas relacionadas à prática do PEM ao ensinar matemática.

Referências

ALVARADO, Clara; CAÑADA, Florentina; GARRITZ, Andoni. Canonical pedagogical content knowledge by CoRes for teaching acid-base chemistry at high school. **Chemistry Education Research and Practice**, Cambridge, v. 16, n. 3, p. 603-618, 2015.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BAUMERT, Jurgen *et al.* Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom and student progress. **American Educational Research Journal**, Boston, v. 47, n. 1, p. 133-180, 2010.

BORN, Barbara Barbosa; PRADO, Ana Pires do; FELIPPE, Janaína Mourão Freire Gori. Profissionalismo docente e estratégias para o seu fortalecimento: entrevista com Lee Shulman. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 45, p. 01-22, e201945002003, 2019.

BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). **Ofício N° 031_06/2010/CTC/CAAIII/CGAA/DAV/CAPES**. Brasília, DF: Capes, 2010.

CALDATTO, Marlova Estela. **O PROFMAT e a formação do professor de matemática**: uma análise curricular a partir de uma perspectiva processual e descentralizadora. 2015. 414 p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

CALDATTO, Marlova Estela; FIORENTINI, Dario; PAVANELLO, Regina Maria. Uma análise do Projeto de formação profissional de professores privilegiada pelo PROFMAT. **Zetetiké** [online], Campinas, v. 26, n. 2, p. 260-281, 2018.

CALDATTO, Marlova Estela; PAVANELLO, Regina Maria; FIORENTINI, Dario. The PROFMAT Program and Mathematics Teacher Education: a curricular analysis from a procedural and decentralizing perspective. **Bolema** [online], Rio Claro, n. 30, v. 56, p. 906-925, 2016.

CALDATTO, Marlova Estela; RIBEIRO, Miguel. **An analysis of the nature of the knowledge disseminated by a mathematics teacher training policy**: The PROFMAT case. Proceedings of the Eleven Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education, Utrecht, 2019.

CARRILLO, José *et al.* Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) in the "dissecting an equilateral triangle" problem. **Ripem**, Brasília, DF, v. 7, n. 2, p. 88-107, 2017.

CARRILLO, José *et al.* The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, London, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

DARLING-HAMMOND, Linda. Teacher quality and student achievement. **Education Policy Analysis Archives**, Tucson, v. 8, n. 1, p. 1-44, 2000.

ETKINA, Eugenia. Pedagogical content knowledge and preparation of high school physics teachers. **Physical Review Special Topics: Physics Education Research**, New York, v. 6, n. 2, p. 1-26, 2010.

FARIAS, José Vilani de; VILELA, Denise Farias. O curso de mestrado profissional em matemática em rede nacional à luz da teoria de Bourdieu: tensões entre matemática acadêmica e matemática escolar. **Revista de Educação PUC-Campinas**, Campinas, v. 22, n. 1, p. 109-129, 2017.

FLORES, Eric *et al.* El Papel del MTSK como modelo de conocimiento del profesor en las interrelaciones entre los espacios de trabajo matemático. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 54, p.204-221, 2016.

JÜTTNER, Melanie; NEUHAUS, Birgit Jana. Validation of a paper-and-pencil test instrument measuring biology teachers' pedagogical content knowledge by using think-aloud interviews. **Journal of Education and Training Studies**, Beaverton, v. 1, n. 2, p. 113-125, 2013.

KLEICKMANN, Thilo *et al.* Content knowledge and pedagogical content knowledge in Taiwanese and German mathematics teachers. **Teaching and Teacher Education**, London, n. 46, p. 115-126, 2015.

KRAUSS, Stefan; BAUMERT, Jurgen; BLUM, Werner. Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. **ZDM**, Berlin, v. 40, p. 873-892, 2008.

MARCONI, Marina A.; LAKATOS, Eva M. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2017.

ROWLAND, Tim; TURNER, Fay. Developing and using the 'knowledge quartet': a framework for the observation of mathematics teaching. **The Mathematics Educator**, Georgia, v. 10, n. 1, p. 107-123, 2007.

SBM. Sociedade Brasileira de Matemática. **Normas para concessão de bolsa CAPES**. Rio de Janeiro: SBM, 2018.

SBM. Sociedade Brasileira de Matemática. **Regimento do PROFMAT**. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

SCHEINER, Thorsten *et al.* What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. **International Journal of Science and Mathematics Education**, Switzerland, v. 16, n. 90, p. 1-20, set. 2017.

SHULMAN, Lee. Those who understand: the knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, DC, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

STYLIANIDES, Andreas; STYLIANIDES, Gabriel. Viewing "mathematics for teaching" as a form of applied mathematics: implications for the mathematical preparation of teachers. **Notices of the American Mathematical Society**, Providence, v. 61, n. 3, p. 266-276, 2014.

Recebido em: 09.03.2021

Revisado em: 16.09.2021

Aprovado em: 19.10.2021

Editora responsável: Márcia Aparecida Jacomini

Marlova Estela Caldato, pós-doutora em ensino de ciências e matemática pela Universidade Estadual de Campinas, doutora em educação para a ciência e a matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), foi professora do Departamento de Matemática da Universidade Técnica Federal do Paraná (UTFPR).

Carlos Alexandre Ribeiro Martins é doutor em matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM) e professor do Departamento de Matemática da UTFPR.

José Carrillo Yanez era doutor em filosofia e ciências da educação pela Universidade de Sevilha (US) e catedrático da cadeira didática da matemática da Universidade de Huelva (UHU).