Mathématique, physique et philosophie

Jean-Jacques Szczeciniarz*

Résumé : Ce texte comporte essentiellement deux parties. La première présente une analyse du concept de négatif et de la corrélation entre le point de vue dialectique et le concept de force. La deuxième retourne à une analyse du calcul différentiel. En particulier, elle suggère que le point de vue de Lagrange permet de comprendre la signification dialectique et philosophique de la quantité et même certaines connections récentes entre la *Naturphilosophie* et la philosophie de la physique mathématique.

Mots clés : Calcul / Dérivée / Exponentiation / Force / Négation / Puissance

Abstract: Mathematics, physics and philosophie.

This paper comprises essentially two parts. The first one presents an analysis of the concept of negative and of the relation between the dialectical point of view and the concept of force. The second part returns to an analysis of the differential calculus. In particular it suggests that the Lagrange's point of view allows to understand the philosophical and dialectical significance of the quantity and morever some recents connections between the *Naturphilosophie* and the philosophy of mathematical physics.

Keywords: Computation / Derivative / Exponentiation / Force / Negative / Power

Introduction

Pour cette réflexion sur la philosophie de la nature (*Naturphilosophie*)[1] et les sciences, nous voudrions proposer de réactualiser la position philosophique de Hegel sur la question de la physique, des mathématiques et de leurs relations. En particulier la conception hégélienne du calcul différentiel et de ses relations à la physique est développée sur la base d'une conception qui fait du calcul différentiel une réflexion

---

* Université Michel de Montaigne Bordeaux III et Denis Diderot Paris VII.

1 Ce texte représente une partie d'un travail sur Hegel et la science où en particulier la question du calcul intégral est examinée de façon plus complète.

sur et de la mécanique et de la dynamique. L'article remonte d'une réflexion sur le négatif comme concept qui permet de comprendre le processus physique et en particulier le véritable concept de force à une analyse du calcul différentiel dans ses relations entre puissance et dérivation.

A. Physique

I. Le négatif et la force physique

Commençons par rappeler des étapes de l'histoire du négatif dans ses relations au concept de force.

Du point de vue de Leibniz comment pouvait-on concevoir que des éléments de mouvement donc des éléments réels « affirmatifs » positifs, quel que soit le signe de leur direction, puissent en s'ajoutant s'opposer réciproquement jusqu'à finalement se neutraliser ? Il est bien clair que je peux toujours, étant donnée une force qui s'exerce dans un sens, lui opposer une autre force qui lui soit égale et la neutralise, cette expérience-là, tout un chacun a pu la faire. La question posée est d'une autre nature : la force qui s'oppose à son opposée positive possède-t-elle une réalité négative ? L'opposition est réelle mais en quel sens ? Pour la métaphysique dogmatique pré-kantienne, une opposition est logique et non réelle. Pour empêcher l'élément affirmatif de la force de pouvoir jamais s'anéantir, diminuer ou être opposé à lui-même, il suffisait d'attribuer à tous les éléments affirmatifs le même signe positif et de rejeter en dehors de toute activité sur un seul et même principe dépouillé de toute valeur affirmative, le signe du négatif. D'où dans la dynamique nouvelle la différenciation entre la force active et la masse. Leibniz a substitué la formule $q = mv^2$ à $q = mv$ de Descartes, et donc la force vive (énergie cinétique) à la quantité de mouvement qui devient un concept plus particulier valant essentiellement pour la statique. Leibniz refuse de concevoir la masse comme une force réelle *sui generis*. Il conçoit la masse comme principe du négatif comme un pur néant de réalité, simple limite.

Dans la *Théodicée*, il écrit dans un texte célèbre : « Comparons maintenant la force que le courant exerce sur les bateaux et qu'il leur communique avec l'action de Dieu qui produit et exerce ce qu'il y a de positif dans les créatures et leur donne de la perfection, de l'être, de la force ; comparons, dis-je l'inertie de la matière avec l'imperfection naturelle des créatures et la lenteur du bateau chargé avec le défaut qui se trouve dans les qualités et dans l'action de la créature ; et nous trouverons qu'il n'y a rien de si juste que cette comparaison. Le courant est la cause du mouvement du bateau, mais non de son retardement ; Dieu est la cause de la perfection dans la nature et dans les actions de la créature, mais la limitation de la réceptivité de la créature est la cause des défauts qu'il y a dans son action (...). Dieu est la cause du matériel du mal qui consiste dans le positif et non pas du formel qui consiste dans la privation, comme l'on a pu dire que ce courant est la cause du matériel du retardement sans l'être de son formel, c'est-à-dire est la cause de la vitesse du bateau sans être la cause des bornes de cette vitesse. »[2]

On sait que Kant a soutenu et montré qu'il existe une opposition réelle et que le positif peut être détruit par une réalité tout aussi positive mais de sens opposé. En mécanique, l'impénétrabilité est quelque chose de positif une véritable force de répulsion, de même que dans la sensibilité la douleur n'est pas un manque de plaisir, ce qui serait un véritable rien, mais quelque chose de réel, *eine positive Empfindung*, qui représente un principe positif. Le même genre de schéma se retrouve dans les philosophies dynamistes post-kantiennes, diversifié selon l'attraction et la répulsion, la polarité etc. Les kantiens, les volontaristes confèrent une réalité positive à la force « passive » ou antagoniste. Dans les *Philosophische Untersuchungen über das Wesen der menschlichen Freiheit* il est dit par exemple que « *Hierbei ist zu bemerken dass die Tätigkeit selbst als keine blosse Bearaubung gedacht werden kann, sondern allerdings etwas Positives ist (...) usw.* » (Schelling, Werke T. VII, p. 466) et l'on peut renvoyer à Franz Baader (*Über die Behauptung , dass kein übler Gebrauch der Vernunft sein kann*, Morgenblatt). Fichte aussi devra poser, après une critique de l'idéalisme quantitatif leibnizien une opposition réelle seule capable de fonder la limite. Même si parfois Leibniz semble plus proche d'un concept du négatif, c'est Kant qui à partir de sa réflexion sur la dynamique newtonienne a été l'un des premiers à construire un concept positif du négatif et à mettre en forme une métaphysique de la nature.

Hegel a intégré et transformé dans un sens encore plus radical le concept d'opposition réelle de Kant. Il est vrai que la négation hégélienne nous fait également entrer dans un autre règne. Négation signifie déplacement dans l'opposé, mais c'est dans ce déplacement que la signification s'acquiert. Il existe un lien essentiel entre un contenu et son Autre. Il y a comme on le sait à la fois suppression et dépassement qui nous sont exposés dans ce concept de négation. Il ne s'agit plus d'une négation qui est comme une fonction de répartition extérieure des contenus mais au contraire ce par quoi ces contenus se rassemblent en eux-mêmes parce qu'ils sont non identiques à eux-mêmes. Hegel a tenté ainsi de construire un concept positif de négation et inscrit la philosophie de la nature dans sa propre conception de la philosophie. D'où une attitude double à l'égard de Newton et de la philosophie dynamiste.

La négation est le moteur de sa conception de la réalité et est donc positive, possède une véritable réalité. Dans l'analyse hégélienne retenons ce qui permet de

---

2 Leibniz W., Essais de théodicée. Abrégé de la controverse réduite à des arguments en forme. Garnier Flammarion, 1969, p. 379.

concevoir le rapport entre forces comme un rapport du tout et donne ainsi forme au concept de tout qui n'est pas encore parvenu à soi, le tout de la philosophie. D'où ce double mouvement qui caractérise la force, l'action et la réaction, l'attraction et la répulsion. Il permet de percevoir la philosophie et le manque de la philosophie. Empruntons en partie cette trajectoire.

Il y a manque de philosophie : dans le rapport tout-parties il n'y a pas de transition organique entre « l'agrégat mort et mécanique » qui est l'ensemble et ses parties, leur nature et leur articulation ne s'expliquant pas à partir de lui. Il existe bien un rapport formel, tout-parties, ensemble-parties, mais il manque un principe de communication-transition interne entre ces parties.

Dans la philosophie hégélienne chaque concept scientifique, primitif, fondamental, commence à se réaliser dans la science. D'où la nécessité d'une force à même de produire des effets visibles ou manifestations. Il est nécessaire que ce concept se développe et dans la science positive (c'est pourquoi Newton est nécessaire à Kepler) mais aussi dans la philosophie. La force paraît se traduire en ses manifestations. Mais ce passage n'est pas encore justifié. Quelle puissance étrange pouvait poser dans la force les corps ? Quelle liaison se fait entre les corps et la force ? Même en identifiant la force et la matière on n'a pas encore avancé. Il nous faut recourir à une supposition supplémentaire : bien que la force ait une existence immédiate et reposant en elle-même, son essence consiste en l'activité et donc ne repose pas en elle-même, mais se repousse elle-même d'elle-même et devient ainsi une manifestation à effets multiples. Elle est elle-même et pas elle-même, c'est alors un mouvement qu'elle exprime : la contradiction posée comme existence. On sait que la force est du point de vue newtonien ce qui est véritablement la cause d'un type de variation dans le mouvement. La variation comme variation de vitesse ou accélération. La force en ce sens c'est la cause. Ce qui norme le mouvement qui le fait apparaître comme tel et en même temps le fait comprendre. Elle nous fait passer au-delà de l'apparence.

Si la situation conceptuelle exige qu'une force puisse exister sous des formes contradictoires, elle nous pousse à postuler l'existence d'une autre force. Il nous faut donc passer de la force manifestation à une autre dualité, celle de deux forces. Il est donc possible et nécessaire de retrouver dans la logique du concept de force les formes de celle du concept, mais si le concept intègre à son propre développement, c'est-à-dire à sa propre réflexion, comme force de comprendre et de connaître le mouvement du concept de force comme dynamique, il ne saurait se réduire à la dynamique. Simplement parce que quand je comprends ce que je comprends dans la force, je produis une détermination supplémentaire qui pourra bien sûr toujours se réinvestir sur le concept de force mais qui se conçoit dans cette relation à la force comme autonome. C'est cette production de cette sorte d'autonomie en quoi consiste la dialectique hégélienne. Pour la faire advenir, il faut dans un sens particulier critiquer les sciences de la nature, cette critique étant le moyen choisi par Hegel pour extraire le mouvement conceptuel de ce en quoi il est pris.

II. La critique des sciences de la nature

Retournons encore plus en deçà des entités de la physique. La caractéristique de la quantité, à l'analyse de laquelle Hegel s'est livré dans de longs chapitres, nous a conduits à l'infini mathématique. Le nombre a tendance à former une série infinie et homogène d'entités où chaque interruption introduit du non quantitatif, extérieur à la nature de la quantité. Mais alors nous comprenons que l'homogénéité des séries infinies présuppose une hétérogénéité dont elle est l'expression numérique.

Le substrat (mais aussi son moteur) des opérations mathématiques c'est l'infini dont Hegel dit qu'il symbolise toute grandeur possible. Alors comment qualifier l'infini puisqu'il symbolise toute grandeur possible ? Ce qui veut dire qu'au sein du mathématique travaille l'élaboration conceptuelle. Il faut amener la production d'une « qualité de la quantité » qui n'est plus seulement quantitative mais logique.

La différence entre des *quanta* identiques sera que l'un désignera le degré de température correspondant à l'ébullition de l'eau, l'autre le nombre de centimètres dans un mètre ou le nombre de cents dans un dollar. Il faut chercher une solidarité entre qualité et quantité qui possède une signification, on la trouvera dans les sciences de la nature. Précisément les sciences de la nature c'est le lieu de réalisation unique de la solidarité entre qualité et quantité. C'est dans les sciences de la nature que l'on trouve une correspondance entre l'infini en son sens qualitatif ontologique et l'infini en son sens quantitatif mathématique. On la trouve dans les relations du continu et du discontinu, de l'intensif et de l'extensif, mais aussi dans les disciplines que ces sciences regroupent, comme la mécanique céleste.

a) De la mesure aux lois, et à l'affirmation du concept

Hegel constate que « *Alles was ist hat ein Mass* » (Tout ce qui est a une mesure). Le mesurable est une entité dont la réalité dépend de la mesure d'un de ses aspects, exprimé quantitativement. Cette mesure pour la chose ne peut être un simple nombre car il ne faut pas la réduire qualitativement. Et comment une autre chose peut-elle être la mesure d'une première ? D'où le fait que la mensuration soit mensuration de quelque chose, la quantification d'une qualité dont l'élimination contredit le but initial. Si l'on prend l'exemple de la chaleur, on constate qu'elle dépend de la nature spécifique des corps. Que certains même sous l'effet de la chaleur subissent des transformations radicales : eau, vapeur d'eau par exemple. La réalité de la chaleur n'est pas la température mais son apparition sous forme spécifique, feu et flamme qui ne mesurent pas mais consomment les choses auxquelles elle est attachée. La mensuration mathématique de la nature est « *das immanente quantitative Verhalten zweier Qualitäten zueinander* » (la relation immanente de deux quantités l'une à l'autre). Reprenons un instant les exemples de Galilée et de Kepler. Les résultats célèbres nous indiquent les rapports entre le temps et l'espace parcouru par un corps en chute libre ou ceux des distances et de temps de rotations des planètes autour du Soleil. Les déterminations sont en ces cas transformées en qualifications. Les lois naturelles sont ici spécifiées par les rapports de puissance mathématiques qui règnent entre les éléments qu'elles mettent en relation. La distance parcourue par un corps en chute libre sera proportionnelle au carré des temps de la chute, le cube de la distance de rotation (demi grand axe de l'ellipse) est inversement proportionnel au cube des temps (des périodes de rotation). Les formules $s = at^2$ et S^3/T^3 n'ont comme composants que l'espace et le temps et pourtant les différents rapports de puissance mathématique qui y figurent les individualisent : le premier ne peut désigner que la chute libre des corps, le second que la rotation des corps célestes. Hegel est infiniment élogieux pour les « *unsterbliche Verdienste* » (immortels services) que ces génies de l'entendement ont rendus en inventant la « mécanique absolue ». Car comme on peut le constater en considérant les rapports de l'espace et du temps qu'elles mettent en forme, les sciences de la nature sur leur terrain se développent en reprenant la forme philosophique qu'elle pousse au sein même de la catégorie occupée.

On a montré que certains concepts jouent un rôle clé dans la philosophie de la nature hégélienne lui permettant de procéder à l'unification des diverses lois en une totalité unifiée. En particulier l'unité des lois de Kepler est à chercher dans le concept de « Kohesionslinie » et plus tardivement de moment. Ces concepts et d'autres comme celui de levier organisent une sorte de pré-fondement du mécanisme en même temps que son dépassement.

b) L'insuffisance de la physique de Newton

Mais Hegel demande que l'on aille plus loin encore. « C'est certainement un grand mérite que d'avoir découvert les nombres empiriques de la nature, par exemple ceux qui donnent les distances séparant les planètes. Mais ce serait un mérite infiniment plus grand si l'on faisait disparaître ces *quanta* empiriques en les généralisant pour en faire les moments d'une loi ou d'une mesure plus universelle »[3]

« Mais il faut exiger une démonstration d'ordre supérieur de ces lois, à savoir que les déterminations quantitatives soient déduites des qualités ou des notions déterminées – comme temps et espace – qui y sont impliquées. De cette sorte de démonstration on ne trouve pas encore la moindre trace dans les *Principes Mathématiques*

3 *Science de la Logique*, trad. Jankélévitch, « Logique de l'être », p. 353.

de la Philosophie de la Nature ni dans d'autres livres sur le même sujet »[4]. La spécification de la mensuration donne lieu à une loi particulière de la nature mais elle est justiciable toujours des mêmes critiques. L'individuation qui intervient reste toujours extérieure, ne concerne donc pas la vraie nature de la quantité ou de la qualité dont il s'agit. Espace et temps ne sont considérés que sous l'angle de la chute libre, de la rotation des corps célestes mais en tant qu'entités à part, ils restent en dehors de ce rapport. De même la progression arithmétique reste indifférente, reste l'essence de la chute à laquelle ses termes sont appliqués. Il ne s'agit pas d'une propriété inhérente aux choses mêmes. La mensuration reste trop générale pour expliquer un événement naturel spécifique. Hegel critique la loi de la chute des corps découverte par Galilée, dans un texte célèbre. La vitesse d'un corps qui tombe s'accroît d'une seconde à l'autre selon le carré de la distance parcourue. Mais selon Hegel il s'agit toujours du même corps que celui qui était inerte auparavant. La chute s'ensuit parce qu'on a déplacé le corps et qu'il veut regagner son « lieu naturel ». On ne mesure pas le corps mais l'espace parcouru par lui en une seconde. Cela présuppose donc une unité arbitraire d'espace et de temps. Tout ce qui est ici mesurable ne touche pas à la structure intérieure du corps mais fournit une formule mathématique des circonstances de sa chute. La véritable caractéristique ne se trouve pas dans la formule mathématique, il faut la chercher dans la notion même du corps, cette caractéristique c'est la pesanteur qui fait comprendre que son centre de gravité ne se trouve pas en lui-même mais dans un corps extérieur. c'est donc l'extériorité du corps par rapport à lui-même qui est à la base de son inertie. Et justement parce que la nature du corps est indifférente à l'égard de son parcours spatial et temporel la loi de la chute libre n'est pas une explication ou une démonstration mais une constatation exprimée en langage mathématique d'un fait empirique.

Ces analyses peuvent être prises en deux sens. D'un côté, elles indiquent ce qu'il y a d'incomplet dans l'analyse galiléenne, et montrent dans quelles directions la physique classique est venue compléter ou mieux donner un sens plus profond à ces lois. Elles rendent possible alors une certaine histoire des sciences. D'un autre côté, elles montrent comment une esquisse de construction conceptuelle, formellement la même que celle qui est à l'œuvre pour Hegel dans la philosophie doit être développée pour passer à la philosophie. Si ces deux mouvements sont à distinguer, ils doivent dans des conditions déterminées coïncider.

Hegel donne un sens spéculatif à la loi galiléenne sur lequel nous allons nous étendre un peu. Le fait que l'unité spatiale et temporelle ne se correspondent plus terme à terme mais que le temps s'élève à la puissance deux dans ce processus montre qu'il y a une tendance inhérente à la matière à s'élever au-dessus de sa propre

4 Ibid. p. 389.

passivité et à enrichir son existence. La notion de puissance symbolise pour un être le dépassement qualitatif non pas de ses propres conditions mais de son propre mode d'exister.

B. Mathématiques

I. Le concept de puissance ou d'exponentiation

Retournons un instant au livre I. « Sous quelle forme se présente dans les mathématiques la détermination conceptuelle dont il est question. La détermination qualitative du quantitatif ressort tout d'abord, comme nous l'avons montré, du rapport quantitatif en général mais (...) déjà c'est dans le rapport de puissance que le nombre est posé, à la faveur de l'équivalence de ses moments conceptuels, c'est-à-dire de l'unité et de l'ensemble comme retournés à lui-même, comme recevant en conséquence le moment de l'infinité, de l'être-pour-soi, de l'auto-détermination. La précision qualitative des grandeurs se trouve donc essentiellement en rapport (...) avec des déterminations de puissance et comme le caractère spécifique du calcul différentiel consiste à opérer avec des grandeurs qualitatives, son objet proprement mathématique consiste dans le traitement de la puissance, et tous les problèmes et leurs solutions en vue desquels on se sert du calcul différentiel montrent bien que son intérêt réside uniquement dans le traitement de déterminations de puissance. »

Pour comprendre en quoi consistent ces déterminations de puissance revenons à la définition hégélienne de l'exponentiation. Dans l'analyse du quantum II[5], les deux nombres définis comme unité et comme ensemble s'opposent encore directement et sont pour cette raison généralement inégaux. Il s'agit maintenant d'obtenir l'égalité de l'ensemble et de l'unité, ce qui comporte l'égalité des déterminations impliquées dans celle du nombre lui-même. La numération conforme à cette parfaite égalité constitue la potentialisation (élévation en puissance, dont le pendant négatif est constitué par l'extraction de racines) représentée avant tout par l'élévation d'un nombre au carré. L'élévation en puissance consiste en effet : 1° en ce que les nombres à additionner sont les mêmes et 2° en ce que le nombre de ces nombres ou leur ensemble est identique au nombre posé plusieurs fois et qui constitue l'unité. Hegel discute ensuite des degrés d'hétérogénéité des puissances selon qu'elles sont une itération paire ou impaire de la multiplication du nombre (unité) par lui-même. Il privilégie le carré de l'arithmétique, l'élévation au carré et remarque que la résolution des

5 *Science de la Logique*, trad. Jankélévitch, « Logique de l'être », p. 227.

équations doit pouvoir se réduire à des formes quadratiques, ce qui représente une résolution par radicaux. Hegel ignore le théorème qui limite cette résolution au degré quatre et qui dépend de la théorie de Galois, et il énonce une proposition, que nous considérons comme fausse aujourd'hui, portant sur le fait que dans le cas d'exposant impair les résolutions d'équations doivent admettre des racines imaginaires alors que ce peut être aussi le cas d'équations de degré pair. Mais le privilège accordé au pair a une signification réelle qui renvoie au redoublement mais aussi à ses supports arithmétiques et géométriques.

Si le rôle de la philosophie est de placer les formes définies du concept dans les sphères dont ils dépendent, elle considère les mathématiques comme devant rester dans l'extérieur du concept car le moteur de leur développement leur est extérieur. Mais c'est sans doute là que se trouve la philosophie essentielle de Hegel comme science qui s'exhausse : l'objet de l'arithmétique est la pensée abstraite de l'extériorité. En tant que pensée abstraite le nombre comporte en même temps l'abstraction de toute variété sensible ; il ne garde du sensible que la précision abstraite de l'extériorité même. Ou encore le nombre est la pensée dont l'objet est l'auto-aliénation de la pensée. L'esprit cherche un élément pour sa représentation pure et faute de voir que c'est la pensée qui est cet élément, se trouve amené à choisir le nombre.

Mais c'est par là que le nombre se trouve le plus rapproché de la pensée. Cette forme particulière d'insuffisance que l'on trouve dans le nombre qui le met au plus près de la pensée pure explique aussi que l'on puisse y trouver des modes de détermination dans les opérations qui laissent voir des modes de développement du concept. C'est le cas de l'exponentiation. Et c'est parce que l'on y retrouve ces formes du concept qu'elles jouent un rôle transmathématique. Mais il se trouve alors que c'est l'exponentiation qui doit permettre de saisir les concepts de la physique mathématique précisément parce qu'elle représente cette forme suprêmement formelle de réflexivité. L'opération que laisse jouer l'auto-aliénation de la pensée pure (le nombre) exprime un retour du concept du plus loin de lui-même. De ce point de vue, la science produit également les formes sous la forme de son contraire du développement du concept. C'est ce que nous allons voir de façon plus précise dans la conception hégélienne du calcul différentiel.

II. La puissance et le calcul différentiel

« La vraie différence qui sépare les grandeurs variables du calcul de ces mêmes grandeurs telles qu'elles figurent dans les problèmes indéfinis, consiste en ce que l'une au moins de ces grandeurs sinon toutes se trouve à une puissance plus élevée que la première, le fait que plusieurs autres d'entre elles sont à une puissance plus élevée ou à des puissances inégales étant d'ailleurs sans aucune importance. Leur indétermination spécifique tient, dans le cas particulier, à ce que, dans ce rapport de puissance, elles sont fonctions les unes des autres. Il en résulte que la variation des grandeurs variables est déterminée qualitativement et est, par conséquent, continue ; et cette continuité qui, à son tour, n'est que la catégorie purement formelle d'une identité, d'une précision inséparable pour ainsi dire de la variation, et toujours égale à elle-même, a ici son sens déterminé qui lui vient du rapport de puissance, lequel n'existe jamais entre un quantum et son exposant, et auquel est due la précision non quantitative, permanente du rapport des grandeurs variables »[6]

L'intervention du concept de puissance permet donc d'introduire dans le traitement de la grandeur une précision qui est bien non quantitative, précision introduite par le système des relations instaurées entre les grandeurs qui comme le dit Hegel sont dans ce rapport de puissance fonction les unes des autres. c'est l'élévation à la puissance qui donne à la variation des variables une détermination qualitative. Il est remarquable que cette détermination qualitative assure la qualité de la variation, de façon intrinsèque par la répétition d'elle-même, établit sa continuité. Puisqu'il y a identité de détermination, (« sa variation est déterminée par elle-même ») par répétition d'elle-même, il y a continuité. La continuité, catégorie que l'on trouve comme propriété de la substance spinoziste par exemple, est chez Hegel mais aussi dans la *Naturphilosophie* fondée dans la nature de la puissance comme précision de la quantité. Nous avons affaire là à une continuité conceptuelle, au fait que la détermination s'impose sans obstacle par elle-même.

La puissance, doit ajouter notre auteur, est une somme, donc peut être décomposée en n'importe quelle pluralité de nombres sans autre détermination les uns par rapport aux autres et par rapport à leur somme que celle qu'ils sont, tous réunis, égaux à cette somme (*zusammen dieser gleich sind*). Sur ce plan Hegel privilégie le binôme.

« Ce dont il s'agit ici, c'est uniquement de la *précision qualitative* des membres qui résulte de l'élévation en puissance de la racine prise comme somme, précision qui réside uniquement dans la variation représentée par l'élévation en puissance. »[7] Ces membres sont donc entièrement fonctions de l'élévation en puissance. (« *Diese Glieder sind somit ganz Funktionen der Potenzierung und der Potenz* »). On peut bien sûr à partir de là développer la signification de la théorie des séries « présentation du nombre sous la forme de la somme d'une pluralité de membres qui sont fonction de l'élévation en puissance »[7] Mais Hegel développe l'analyse de sorte que

6 Ibid. pp. 227 *sq.*

7 Hegel G.W.F., *Science de la Logique*, Logique de l'être, trad. Jankélévitch, Aubier, p. 313.

le rapport des grandeurs grâce à l'élévation en puissance y apparaisse comme tel. En dehors de l'intérêt que nous avons pour la somme, le centre du développement doit porter sur le rapport « entre les grandeurs mêmes qui sont à la base (dont la précision pour autant qu'elle est un complexe, c'est-à-dire dans le cas particulier pour autant qu'elle est une équation, contient une puissance) et les fonctions de leur élévation en puissance »[7]. Le rapport s'est donc constitué : c'est celui des grandeurs et des fonctions de leur élévation en puissance.

On passe de la précision par l'élévation en puissance au rapport entre des grandeurs et leur élévation en puissance. Et c'est ce point de vue qui est celui du calcul différentiel que nous allons préciser maintenant.

Comment passer à la détermination du rapport comme tel ? « Ce rapport est d'une part ce qui reste, après qu'on a fait abstraction du *plus* d'une somme comme telle, et ce dont on a besoin, d'autre part, pour trouver les fonctions de développement de la puissance. » Si l'on fait abstraction du plus comme tel, il faut en revanche mettre l'accent sur la relation qui nous est donnée par l'équation du genre de : $y^m = ax^n$. « C'est leur rôle consistant à être l'une fonction de l'autre qui donne à ces grandeurs cette détermination du *plus.* »[7] Autrement dit, selon Hegel c'est le relationnel, être fonction l'une de l'autre qui donne à ces grandeurs ce qui fait conceptuellement leur accroissement. Nous trouvons donc ici une relation de puissance, une puissance fonction d'une autre.

Il faut aller encore plus loin. Ce qui compte c'est que « les fonctions de potentialisation de chaque grandeur deviennent comparables à celles des autres, ces deuxièmes fonctions n'étant déterminées par rien d'autre que par l'élévation en puissance elle-même »[7]

Nous abordons alors le développement analytique, base du calcul différentiel. La variable reçoit un accroissement constitué par dx. Mais cet accroissement ne doit pas être un quantum mais une *forme* dont toute la valeur consiste à être une aide utile pour le développement.

Ce que Hegel continue de mettre en évidence, c'est, dans le concept, ce qui dans le développement en série de puissance fait apparaître la relation comme telle, comme précision qualitative du rapport, qui comme il le répète nous fait dépasser le quantum. « Ce qu'on avoue rechercher et c'est principalement le cas d'Euler et Lagrange (...) ce sont seulement les déterminations de puissance de grandeurs variables et l'on obtient ce que l'on appelle les coefficients de l'accroissement et de ses puissances d'après lesquelles la série se trouve rangée et ordonnée »[8]

« Mais l'intérêt principal se porte non sur la série mais uniquement sur la détermination de la puissance telle qu'elle résulte du développement, dans son rapport

8 Ibid. p. 314.

avec la grandeur, qui lui est *immédiate.* »[9] Dans tous les cas il nous faut sortir la relation entre les puissances qui se suivent, mais « une pareille puissance du fait qu'elle est celle d'un accroissement, de même que la série elle-même ne font pas partie de ce qui nous intéresse ici »[9] C'est pourquoi Hegel propose de désigner par le terme de fonction de *puissance dérivée* ou, fonction de *potentialisation* de la grandeur, « ce qui suppose qu'on connaît la manière dont on doit envisager la dérivation, en tant que développement inclus dans une puissance »[9] C'est de ce rapport de potentialisation que réside pour Hegel l'essence du calcul différentiel. Nous en avons suffisamment rappelé les raisons. Elles ont été formulées de façon profondément spéculative. Rend-on bien compte de la sorte du système des concepts qui ont été mis en œuvre ? Et quel est alors le statut de cette théorie spéculative qui prend sa place dans l'exposition de la *Grande Logique* ?

On cherche dans le calcul différentiel la fonction déterminée par le développement potentiel. Et l'on peut se demander ce qu'on doit faire du rapport ainsi obtenu, où il trouve son application et son emploi, ou, en fait dans quel but ces fonctions sont recherchées.

On peut trouver une application naturelle de ce calcul qui vient de sa structure conceptuelle. « Le développement des grandeurs potentielles, d'où résultent les fonctions de leurs potentialisations, implique avant tout, abstraction faite de tout autre définition, la réduction de la grandeur à une puissance inférieure. Il en résulte que cette opération est applicable aux objets qui présentent également une pareille différence de déterminations potentielles »[10] Il y a application à proprement parler si l'on trouve des objets qui sont eux soumis à ces différences de déterminations potentielles. En ce sens ce n'est pas une application mais la réalisation de la situation proposée par le calcul différentiel. L'exemple choisi par Hegel est celui des trois dimensions de l'espace donc trois déterminations dit-il « concrètes » : la ligne, la surface et l'espace total. « En les prenant sous leur forme la plus simple et en les envisageant du point de vue de l'auto-détermination et des dimensions analytiques (*in Beziehung auf Selbstbestimmung und damit auf analytische Dimensionen*) on obtient la ligne droite, la surface plane, la surface carrée ou cubique. La ligne droite a un quantum empirique, mais avec la surface intervient le qualitatif, la détermination potentielle (...). De ce fait, s'affirme le besoin de passer d'une détermination potentielle supérieure à une inférieure et inversement, en faisant dériver par exemple, des déterminations linéaires à partir d'équations données, relatives à la surface, etc., ou inversement. De la sorte l'apparence d'accidentalité que le calcul différentiel présente dans ses applications

9 Ibid. p. 315.

10 Ibid. p. 316.

disparaît lorsqu'on a bien présente à l'esprit la nature des domaines où cette application peut avoir lieu et qu'on a une connaissance exacte des cas où elle est vraiment nécessaire et des conditions dans lesquelles elle peut s'effectuer »[10]

La dérivation s'appelle opération de dépotentialisation (*Depotenzieren einer Gleichung*) qui, envisagée du point de vue des fonctions dérivées de ces grandeurs variables, donne un résultat qui, comme tel, n'est pas une équation véritable, mais un rapport et c'est ce rapport qui constitue l'objet du calcul différentiel proprement dit. Le deuxième rapport qui existe entre la détermination potentielle supérieure (l'équation primaire) et inférieure (l'équation déduite), sera l'objet propre du calcul intégral.

C'est de cette façon que Hegel présente le cas des courbes déterminées par une équation de « deuxième puissance » (*zweite Potenz*). Dans une courbe, le rapport des coordonnées (dans une détermination potentielle) est donné directement par l'équation. Hegel a pris acte du fait que l'équation c'est le rapport des coordonnées, nous dirions volontiers que le type d'occupation de l'espace abstrait est fourni par la mise en rapport des coordonnées, sous la forme de déterminations potentielles. Et cette détermination fondamentale bien comprise comme rapport des coordonnées produit des effets dans les rapports des coordonnées, lesquels sont enregistrés par les déterminations des autres droites se rattachant aux coordonnées : tangente, sous-tangente, normale. L'analyse la plus importante vient ensuite.

En effet, les équations de ces droites, sont par définition linéaires. Hegel dit « les touts dont ces lignes sont des parties étant des triangles rectangles, faits de lignes *droites*. On sait que le passage de l'équation principale qui contient la détermination potentielle à ces équations linéaires, comporte le passage (...) de la fonction primaire, c'est-à-dire de la fonction qui est une équation, à la dérivée qui est un rapport, et plus précisément un rapport entre certaines lignes contenues dans la courbe. Ce qu'il s'agit de trouver c'est le lien entre le rapport de ces lignes et l'équation de la courbe »[11]

La description qui provient de la terminologie conceptuelle employée par l'auteur est certes un peu lourde. Mais l'essentiel est dit.

Considérons la méthode qui est exposée. Les déterminations potentielles des grandeurs variables sont ramenées à leurs premières fonctions. Il ne reste plus d'équation, mais un rapport est seulement établi entre la première fonction de l'une des grandeurs variables et celles de l'autre ; au lieu de : $px = y^2$ on a $p : 2$ ou, au lieu de $2ax - x^2 = y^2$ on a $a - x : y$, ce qu'on a pris l'habitude de désigner plus tard sous la forme du rapport : dx/dy. On a déduit de l'équation de la courbe, d'après une règle, un rapport linéaire suivant lequel certaines lignes sont proportionnelles.

Ces équations représentent un rapport entre certaines « lignes de la courbe » d'une part, les coordonnées, et les paramètres de l'autre. Mais ce qui est intéressant

11 Ibid. p. 318.

c'est de savoir si le même rapport peut être attribué à d'autres lignes figurant dans la courbe et de trouver l'égalité entre les deux rapports.

Le bon point de vue sur cette question est celui de Lagrange, que défend donc Hegel. « C'est à sa méthode que nous sommes redevables de savoir ce dont il s'agit (...). Une partie de cette solution (...) c'est-à-dire la partie théorique ou générale, à savoir la découverte de la première fonction à partir de l'équation donnée de la courbe, est réalisée pour elle-même ; on obtient ainsi un rapport linéaire, c'est-à-dire entre les lignes droites figurant dans le système de détermination des courbes. L'autre partie de la solution consiste dans la découverte de celles des lignes de la courbe qui présentent ces rapports. »[12] Et la solution lagrangienne se trouve de façon directe. Il use du concept qui est donné d'abord dans la tradition du problème, celui de sous-tangente[13] : « la sous-tangente est donc posée comme étant le côté d'un triangle dont les autres côtés sont constitués par la coordonnée et par la tangente qui s'y rattache ». Lagrange raisonne sur l'équation de cette tangente dans le triangle. Il montre qu'elle coïncide avec la « ligne droite de l'équation déterminée par la première fonction de celle-ci ». La démonstration de cette coïncidence se fait en usant d'une technique que Hegel avait dénoncée comme artificielle quand elle était introduite de l'extérieur. Ici au contraire « il fait partie du domaine de la géométrie, car la détermination d'une tangente suppose qu'entre elle et la courbe avec laquelle elle a en commun un point, il n'existe aucune autre ligne droite passant par le même point. Grâce à cette détermination la qualité de tangente ou non tangente se trouve ramenée à une différence de grandeur, et est tangente la ligne qui présente *la plus grande petitesse*, au point de vue de la détermination dont il s'agit »[14]. Et cette petitesse ne dépend en rien d'un quantum comme tel ajoute Hegel. « Elle est posée qualitativement par la nature de la formule, lorsque le moment dont dépend la grandeur à comparer présente une différence potentielle [de puissance] (...) »[15]

Hegel résume ainsi l'analyse à laquelle il s'est livré. « La détermination du calcul différentiel consiste à trouver, à partir d'une équation de fonctions potentielles, le coefficient du membre de développement, ce qu'on appelle la première fonction et à montrer le rapport qu'elle représente, en faisant appel aux éléments de l'objet concret »[16] Nous nous contenterons de celle-ci, car celle qu'il mène sur le calcul

---

12 Ibid. p. 320.

13 La sous-tangente, si la tangente est vue comme l'hypothénuse d'un triangle rectangle dont les extrémités sont le point de tangence et l'intersection de la droite tangente avec l'axe des x, est le côté de l'angle droit situé sur la droite des abscisses ; l'autre côté étant l'ordonnée du point de tangence.

14 Ibid. p. 322.

15 Ibid.

16 Ibid. p. 329.

intégral présente les mêmes caractéristiques et surtout tire des conclusions analogues. La valeur de la découverte moderne comme il la nomme, tient uniquement à la découverte « du rapport existant entre les parties primaires et les parties dites dérivées d'un tout mathématique »[17] « Le calcul a pour objet un rapport particulier des grandeurs, quelle qu'en soit la variété de l'addition, la multiplication, l'élévation en puissance et l'extraction de racines, le calcul à l'aide de logarithmes, de séries etc., de même les calculs différentiel et intégral ont pour objet un rapport de grandeur auquel conviendrait le mieux le nom de rapport entre une fonction potentielle et la fonction de son développement ou de sa potentialisation, parce que ce nom traduit le mieux la nature de la chose »[18]

Hegel a donc tiré le calcul vers une mise en place de la notion même non empirique – il nous faut nous défaire du quantum – de rapport. Mais ce rapport comme nous l'avons noté à plusieurs reprises, est celui d'une fonction « potentielle » et de son développement ou « potentialisation ». Ce qui veut dire de toute façon que le développement des mathématiques est un développement conceptuel en son sens même, à lui Hegel. Comme noté, il s'agit de la mise en forme d'une détermination qualitative du quantitatif : réflexivité sur soi par la potentialisation, mais surtout la mise en marche de cette potentialisation pour reproduire une sorte de dédoublement de détermination des fonctions en fonctions primaires et dérivées. Et c'est de cette façon que se construit la physique mathématique comme résultant donc de ce point de vue d'un approfondissement du concept non empirique de grandeur. La détermination qualitative du quantitatif nous fait saisir la réalité mathématique du réel. Il reste vrai que « si l'on veut se servir de nombres, de puissance, de l'Infini mathématique, etc., non à titre de symboles, mais à titre de formes pour les déterminations philosophiques voire de formes philosophiques comme telles, on doit commencer par montrer en quoi consiste leur signification philosophique, autrement dit quelle est leur signification philosophique »[19] Mais c'est aussi ce que nous pouvons faire à la suite de Hegel.

D'une part, le calcul s'approfondit selon un schéma philosophique qui rend possible l'apparition des formes mathématiques pour permettre une appréhension de la réalité physique empirique. La progression vers la physique suit, de loin, mais elle le suit, le mouvement du concept vers le concret. D'autre part, Hegel nous fait

17 Ibid. p. 336.

18 Ibid. p. 337.

19 *Science de la logique*, trad. Jankélévitch, Tome II, 2e section, chap. III, note p. 367.

On peut tirer de ces analyses qui nous ont reconduits aux déterminations de la puissance que, sur le fond, il n'y a que de la puissance et que comme la puissance est la détermination et la base du développement de la différence ou plus exactement de la détermination par différence, de puissance – qu'il n'y a que de la différence. J'ajouterai que c'est là une conclusion que l'on doit tirer de l'analyse des fonctions des mathématiques et de la physique mathématique proposée par Hegel. Les mathématiques cessent d'être une analyse du quantum pour devenir celle de la forme des déterminations conceptuelles, et là elles se font physiques mathématiques et disons, donc dialectiques. Il faut concevoir la différentiabilité comme concept encore inséré dans le champ de l'analyse mathématique qui permet de penser le mouvement comme devenir, et donc comme mise en forme de la motricité du négatif. Hegel a insisté dans les pages qui précèdent son analyse de la position de Lagrange sur le fait que la différentielle représente le concept même comme présence de l'infini. Une des théories physiques mathématiques les plus riches a été la théorie du potentiel dont je donne des éléments qui peuvent illustrer cette conclusion. Un système lagrangien est défini aujourd'hui par ce que l'on appelle un espace de configuration, qui est un espace abstrait (représentation spatialisée mais qui n'a comme fonction que de représenter, figurer les modalités de ses variations) par exemple les variations du mouvement d'un pendule. Le concept qui est alors construit est celui de la structure analytique de cet espace. C'est sur lui que porte l'ensemble de l'analyse. On construit l'espace tangent à cet espace (que l'on appelle une variété) et toute la mécanique lagrangienne est définie par une fonction sur cet espace tangent (la fonction de Lagrange). Sur la variété opère un groupe de difféomorphismes. Et c'est ce groupe qui permet de définir différentes lois de la mécanique. De ce point de vue, la théorie newtonienne est un cas particulier. Les concepts de Lagrange ont été développés sur la base d'un approfondissement de systèmes d'équations différentielles qui décrivent les systèmes mécaniques et ont permis de donner une justification très générale et complète des théories de la dynamique en particulier de Newton. Il y a en un sens plus développé « *ein tangentielles Verhaltnis der mathematischen Abstraktion zur hegelschen Dialektik* »[23] ce que j'ai vérifié en partant de la négation pour aller au calcul différentiel. Mais il faut une géométrie des espaces tangents plus complexes pour penser cette relation. Elle est rendue possible dans la postérité lagrangienne.

---

23 L.E. Fleischhacker, *Quantität, Mathematik, und Naturphilosphie.* in M.J. Petry, « *Hegel und die Naturwissenschaften* », Stuttgart Bad Cannstadt, Frommann-Holzboog, 1987, pp. 183-203.

Références bibliographiques

Fleischacker L. E., *Over de grensen van de Kwantiteit Amsterdam 1982.*

Fleischmann E., *La science universelle ou la logique de Hegel,* Plon Paris 1968.

Kant I., *Versuch den Begriff der negativen Grössen in die Weltweisheit einzuführen,* in Ders. : Werke Hg. v. Wilhelm Weitschedel 6. Bde Darmstadt 1956-1964 Bd. 1, S. 777-819.

Lebrun G., *La patience du concept.* Gallimard Paris 1972.

Ziche P., *Mathematische und naturwissenschafliche Modelle in der Philosophie Schellings und Hegel* Friedrich Frommann Verlag – Gunther Holzboog Stuttgart – Bad Cannstatt 1996.