

# A ESTRUTURAÇÃO DO SABER RELACIONADO A GEOMETRIA COMPLEXA E A MODELAGEM PARAMÉTRICA DE ESTRUTURAS REGENERATIVAS NA ARQUITETURA

The structuring of knowledge related to complex geometry and parametric modeling of regenerative structures in architecture

Janice de Freitas Pires<sup>1</sup>, Alice Theresinha Cybis Pereira<sup>2</sup>

**RESUMO:** A arquitetura regenerativa surge com uma abordagem que vai além da sustentabilidade dos edifícios, buscando ampliar a relação com o meio ambiente, de modo a promover a regeneração dos sistemas vivos, através de uma compreensão completa do lugar no projeto de arquitetura. Neste trabalho, com objetivo didático, é realizado um estudo sobre a geometria complexa das estruturas com potencial regenerativo na arquitetura e sua modelagem paramétrica, como meio de explicitar o saber envolvido em tais superfícies. A partir de duas teorias didáticas que destacam a necessidade de se estudar a constituição de um saber com vistas a processos transpositivos, reconhecem-se os princípios da arquitetura regenerativa e explicitam-se os elementos de saber que envolvem as geometrias complexas recorrentes na natureza, a qual desenvolve suas estruturas em estrita relação com as dinâmicas que são processadas no ambiente natural. Visando estudos de transposição didática para arquitetura, a estruturação de processos de modelagem paramétrica de tais geometrias também se integra ao propósito de disponibilizar uma rede de conceitos com foco no estudo das superfícies matemáticas empregadas na arquitetura contemporânea recente.

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pelotas - UFPEL

<sup>2</sup> Universidade Federal de Santa Catarina- UFSC

**PALAVRAS-CHAVE:** Arquitetura regenerativa; Geometria complexa; Ensino de arquitetura; Modelagem paramétrica.

**ABSTRACT:** The regenerative architecture emerges with an approach beyond the sustainability of buildings, seeking to extend the relationship with the environment, in order to promote the regeneration of living systems, through a complete understanding of the place in architectural design. In this work, with a didactic objective, a study is carried out on the complex geometry of structures with regenerative potential in the architecture and its parametric modeling, as a means of explaining the knowledge involved in such surfaces. Based on two didactic theories that highlight the need to study the constitution of a knowledge with a view to transpositive processes, the principles of regenerative architecture are recognized and the elements of knowledge that involve the recurrent complex geometries in nature are explained, which develops its structures in strict relation with the dynamics that are processed in the natural environment. Aiming at studies of didactic transposition for architecture, the structuring of parametric modeling processes of such geometries is also integrated with the purpose of providing a network of concepts focused on the study of mathematical surfaces used in recent contemporary architecture.

**KEYWORDS:** Regenerative architecture; Complex geometry; Teaching architecture; Parametric modeling.

## How to cite this article:

PIRES, J. F.; PEREIRA, A. T. C. A estruturação do saber relacionado a geometria complexa e a modelagem paramétrica de estruturas regenerativas na arquitetura. **Gestão e Tecnologia de Projetos**, São Carlos, v.14, n.1, p.90-110, set.2019. <http://dx.doi.org/10.11606/gtp.v14i1.148024>

**Fonte de financiamento:**  
CNPQ

**Conflito de interesse:**

Declaro não haver

**Submetido em:** 10/07/2018

**Aceito em:** 01/03/2019



## INTRODUÇÃO

Nas últimas cinco décadas, devido a crescente preocupação com os problemas ambientais, o conceito de sustentabilidade tem sido incorporado sistematicamente na arquitetura. Segundo Gonçalves e Duarte (2006), houve um período da história da arquitetura no qual a premissa era de que a tecnologia de sistemas prediais ofereceria meios de controle total das condições ambientais de qualquer edifício, de maneira artificial, não havendo a necessidade de se considerar e utilizar os princípios naturais da arquitetura bioclimática.

De acordo com os mesmos autores, na década de 1970, devido à crise energética e as preocupações com o consumo de energia, a abordagem da arquitetura sustentável se concentrou principalmente nos aspectos de impacto ambiental da construção, com a preocupação de diminuir os danos causados pelos processos de industrialização dos materiais e oferecer sistemas prediais mais eficientes em relação ao desempenho energético.

Embora tenha havido uma evolução quanto a tais aspectos, por meio de pesquisas e desenvolvimento de produtos e tecnologias prediais, Littman (2009) aponta que a sustentabilidade na arquitetura, tal como é entendida pela sociedade hoje, não é suficiente como solução para ser incorporada no projeto de arquitetura, em projetos atuais e futuros. Isto se deve a que a entrada contínua de energia e recursos em uma estrutura não é sustentável de qualquer modo para que seu funcionamento seja saudável em relação ao meio em que se insere. O mesmo autor aponta que o modelo de construção atual na arquitetura emprega tecnologias obsoletas e implica em processos de degeneração. Na concepção regenerativa o edifício necessita ter o potencial para a integração do mundo natural como um parceiro igual.

Tal integração é possível a partir do conhecimento do lugar em um nível profundo e íntimo pelo projetista com base nos padrões, forças e energias existentes, os quais desenvolvem uma configuração única para tal lugar. A sua dinâmica revela dados tangíveis os quais podem ser utilizados como as informações generativas da arquitetura. Um destes padrões, segundo Littmann (2009), é dado pela geometria das estruturas naturais, a qual é resultado de um diagrama de forças que interagem em dado lugar (THOMPSON, 1917).

A inserção do conhecimento específico da geometria das estruturas naturais torna possível tratar ao mesmo tempo com conceitos fundamentais que estão relacionados à definição da forma e ao seu desempenho relativamente à conformação do objeto arquitetônico. A explicitação das estruturas de saber (CHEVALLARD, 1999) que envolvem tais geometrias possibilita por um lado compreendê-las e dar apoio à proposição de processos de modelagem paramétrica visando sua aplicação na concepção arquitetônica. Por outro lado, no contexto deste trabalho, foi considerada a importância de tais estruturas de saber para subsidiar estudos de transposição didática (CHEVALLARD, 1991) para arquitetura, fundamentados na análise de um saber e na sua sistematização.

A importância deste aprendizado na formação em arquitetura está em desmistificar ou até mesmo inibir o uso de superfícies curvas de modo gratuito, sem consciência de sua estrutura formal e suas qualidades arquitetônicas. Isto decorre da facilidade de 'projetar ou representar uma forma curva' por intermédio de curvas e superfícies denominadas de formas livres (tais como a da classe das NURBS). Outra relevância deste estudo é no sentido de dar subsídios para que na formação em arquitetura tais superfícies possam ser incluídas nas hipóteses de formalização geométrica do projeto de arquitetura, de maneira consciente em termos arquitetônicos, técnicos e tecnológicos. Isto somente será possível por meio do reconhecimento de seus elementos geométricos fundamentais, tais como curvas e processos de geração, as técnicas que possibilitam representar tais superfícies e as tecnologias que dão subsídios às técnicas de representação. Além disto, tais superfícies possuem qualidades de desempenho que

podem ser preponderantes em projetos direcionados a sustentabilidade ou regeneração. Arquitetos como Vincent Callebaut têm adotado estratégias formais com este propósito.

A dificuldade de modelar tais superfícies reside em que o conhecimento necessário para tal não é abordado na arquitetura e a maioria das superfícies mínimas exige um conhecimento específico e profundo da área da matemática, como de cálculo complexo. A inserção deste conhecimento matemático demandaria uma enorme reformulação nos currículos de arquitetura, que não poderia ser concretizada em curto prazo. Frente à inserção nos escritórios de arquitetura principalmente da denominada modelagem paramétrica, que possibilita a adoção de formas mais complexas, livres e muitas vezes até mesmo com superfícies mínimas, parece urgente tratar no contexto didático com o conhecimento que envolve tais geometrias, principalmente a partir de seus elementos fundamentais e processos de geração.

Nesse sentido, a explicitação da geometria das superfícies das estruturas naturais proposta neste trabalho tem o propósito de se constituir como uma ontologia de apoio para a modelagem paramétrica (ou qualquer outro tipo de representação gráfica digital) da forma arquitetônica direcionada a regeneração. Tal ontologia, além da estrutura formal, busca explicitar aspectos positivos de utilização das formas curvas complexas, os quais frequentemente não são considerados quando são propostas tais tipos de superfícies.

## **REFERENCIAIS TEÓRICOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

O presente estudo tem um enfoque didático amparado nas teorias didáticas de Chevallard: a Teoria da Transposição Didática (1991) e a Teoria Antropológica da Didática (1999). Conforme já mencionado, este autor destaca os elementos de um saber que devem ser considerados em processos de ensino e aprendizagem, com vistas a uma transposição didática de tal saber. Tendo por base tais teorias, identificou-se que a natureza descritiva da modelagem algorítmica, que exige reconhecer elementos teóricos, técnicos e tecnológicos, pode potencializar a explicitação do saber da geometria complexa das estruturas regenerativas empregadas na arquitetura. O reconhecimento de processos de modelagem paramétrica desenvolvida em linguagem de programação visual por meio do plug-in Grasshopper junto ao software Rhinoceros, ao integrar a linguagem algorítmica em uma abordagem descritiva e visual, pode ser considerado como uma estratégia didática no ensino de arquitetura.

A modelagem paramétrica introduz também maiores possibilidades para a definição de geometrias complexas, a geração de instâncias de projeto e a avaliação destas instâncias, por ser um processo de representação baseado em um sistema que armazena todos os dados relacionados à geometria do objeto que está sendo criado e representado e permite fazer relações entre estes dados. A escolha pela modelagem com linguagem de programação visual e descritiva também se justifica pelo fato de que ainda não se conta nos cursos de arquitetura com a inserção da linguagem pura de programação, exclusivamente por meio do uso de scripts.

No contexto em que este trabalho se insere já vem sendo adotadas desde o ano de 2003 estratégias didáticas em que os processos descritivos (principalmente por meio do desenvolvimento de mapas conceituais analíticos), relativos à geometria de objetos arquitetônicos, são utilizados como suporte aos processos de representação gráfica digital (modelagem geométrica e visual). Isto está fundamentado na Teoria Antropológica da Didática de Chevallard (1999), a qual considera que o saber relativo a um objeto de estudo está constituído por quatro elementos que se relacionam dinamicamente: um problema ou uma classe de problemas que envolvem

tal objeto; as técnicas de resolução deste problema ou da classe de problemas associados; as tecnologias que justificam, explicam ou produzem técnicas relativas à resolução do problema; e as teorias, que possuem o mesmo papel em relação às tecnologias (de justificação, explicação e produção de tecnologias).

Com isto, tem-se um quadro teórico de análise do saber que se está querendo inserir em dado contexto. Devido à própria característica dos contextos educativos, Chevallard (1991) salienta a importância do saber estar constituído em sua estrutura integral. A finalidade do reconhecimento de tal estrutura de saber é dar subsídios aos próprios docentes para a estruturação de situações didáticas e aos estudantes para tornarem-se conscientes de suas escolhas e proposições projetuais, além do uso adequado da liberdade formal e não de modo gratuito.

Dessa maneira, o estudo refere-se às etapas de reconhecimento e explicitação das estruturas de saber que envolvem a geometria complexa de estruturas com potencial de regeneração e está estruturado pelas seguintes etapas: - Reconhecimento dos conceitos que envolvem aspectos de regeneração em arquitetura; - Reconhecimento das estruturas da natureza que possuem princípios de regeneração; - Explicitação da geometria (tipo de superfícies) de tais estruturas da natureza e do emprego destas na arquitetura; - Reconhecimento de processos de modelagem paramétrica de tais superfícies; - Discussão sobre a adequação dos elementos de saber reconhecidos nas etapas anteriores e sua possibilidade de inserção no ensino de arquitetura.

Para o reconhecimento do emprego de superfícies mínimas na arquitetura adotaram-se as análises e descrições dadas por Burry & Burry (2010) para duas obras de arquitetura, uma que emprega uma superfície mínima obtida matematicamente e outra conformada a partir de modelos físicos de suspensão. A adoção deste referencial teórico justifica-se por seu aprofundamento na descrição e busca pelos conceitos matemáticos que envolvem tais geometrias empregadas na arquitetura contemporânea recente, adotando-se o método de ampliação das estruturas de saber identificadas em tais descrições, a partir de autores específicos das áreas em questão (da matemática e da física). Devido ao enfoque didático, dois dos modelos geométricos selecionados para os processos de modelagem inserem-se no contexto da classe de superfícies curvas tradicionais, sistematizadas na geometria descritiva, mas que também são superfícies mínimas, e um dos modelos é uma superfície mínima mais complexa, descoberta no século XX, empregada em uma obra de arquitetura, descrita em Burry & Burry (2010). Esta possui geometria com elementos fundamentais (curvas) que se repetem nas primeiras duas superfícies estudadas, sendo de interesse didático tratar de maneira sequencial com estas três superfícies mínimas.

No enfoque da teoria didática adotada, o reconhecimento de estruturas de saber é uma etapa prévia a estruturação de situações e materiais didáticos, válida para qualquer contexto educativo. Dessa maneira, o presente trabalho será limitado à discussão sobre a explicitação do saber que envolve as estruturas com potencial de regeneração na arquitetura, não abordando as aplicações didáticas já realizadas, as quais serão descritas e discutidas em trabalhos futuros.

## **EXPLICITAÇÃO DO SABER QUE ENVOLVE A GEOMETRIA COMPLEXA DE ESTRUTURAS REGENERATIVAS NA ARQUITETURA**

### **Alguns princípios regenerativos na arquitetura**

Littmann (2009) traçou alguns princípios para projetos de regeneração na arquitetura, que estão baseados na compreensão do funcionamento do

meio natural. Esta seria uma das premissas da arquitetura regenerativa, ou seja, o meio natural seria o seu gerador, sendo necessária uma compreensão abrangente e completa dos sistemas naturais e de vida, a ser empregada no projeto de uma estrutura.

Neste contexto, a análise do local, com vistas a identificar tais padrões, exerce, segundo Littmann (2009), um papel central no desenvolvimento de um projeto de concepção regenerativa. Para o autor isso ocorre, em parte, porque os tecidos são construídos em torno do fluxo de energia e consequentemente tornam-se a expressão física ou forma de realização (personificação) desta energia. Este é um processo em que a natureza essencial do fluxo e a correspondente natureza do meio através do qual ele passa determinam a sua expressão na forma. A percepção de lugar como um conjunto de padrões e sistemas interdependentes é o primeiro passo que o projetista deve dar no processo de concepção regenerativa.

Como um dos princípios orientadores para a regeneração, o autor destaca a *integração dos sistemas inteiros de design*, que está amparada nos seguintes critérios: Todos os sistemas e entidades são contabilizados e incorporados no projeto geral do sistema; Todos os sistemas estão envolvidos em comunidades de relações de apoio mútuo; Cada uma das entidades do sistema deve desempenhar mais do que uma função ou satisfazer mais do que uma necessidade dentro do sistema (multiplicidade); cada necessidade dentro do sistema é recebida com mais de uma solução, não existindo uma única solução para o seu funcionamento (redundância). Por exemplo, a aquisição de energia utilizável por meio de mais de uma solução (energia solar, eólica ou biomassa) fortalece o sistema, em termos energéticos, pois permite solidificar a entrada de energia, tornando-o mais confiável, eficiente e benéfico.

Outro princípio apontado pelo autor é da *integração na paisagem*, em que se destacam as seguintes ideias: a análise do local, seus elementos e sistemas naturais são a base geradora do projeto; a habitação e integração paisagística criam uma nova unidade / entidade inteira; a construção da habitação é naturalmente artificial ou artificialmente natural, tendo-se, na arquitetura regenerativa, a necessidade de transpor-se a lacuna entre o artificial e o natural, fazendo-se uma síntese da relação existente entre os dois.

O princípio dos *limites inteligentes* estabelece que cada programa tenha um limite mínimo exigido, com uma máxima potencialmente infinita. O projeto reflete o equilíbrio do programa e cada material e espaço é potencialmente maximizado e integrado em todo o seu potencial de entrada líquida positiva no sistema. A noção de “Limites inteligentes” é crucial para o processo de design, pois garante que o equilíbrio possa ser cumprido dentro do sistema, sem limitar o potencial de regeneração dentro do sistema.

O princípio da *construção inteligente* refere-se à construção da arquitetura, bem como a construção de sistemas e o local; respeita a eficiência dos materiais, maximização de seu potencial e construtibilidade. O princípio da *ecologia ousada (Bold Ecology)* refere-se à implementação e proliferação de sistemas ecológicos que executam múltiplas funções, são regenerativos e fornecem uma produção líquida positiva.

A partir de tais ideias é possível afirmar que as estruturas naturais se desenvolvem em torno do fluxo de energia e sua forma é uma resposta aos princípios anteriormente apontados. Estas estruturas integram princípios regenerativos, o que aponta a importância de considera-las como referenciais para o emprego na arquitetura.

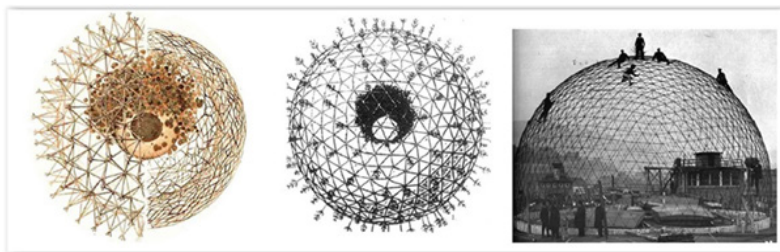
### **Estruturas da natureza que integram princípios de regeneração**

Bertol (2011) considera que a natureza é uma tendência que leva a uma abordagem interdisciplinar em projeto. Para a autora, a beleza das formas encontradas na natureza é reforçada pela sua funcionalidade, pois além da inspiração estética, oferece estratégias de projeto e eficiência estrutural.

Segundo a autora, “As ciências naturais têm um papel importante em ajudar-nos a compreender a lógica do mundo natural e oferecem muitas lições para o desenho de formas artificiais” (Bertol, 2011, p. IV). Neste contexto, a geometria possui uma estrita relação com a estrutura de tais formas, englobando uma caracterização que pode ser aplicada para a maioria dos fenômenos e objetos do mundo real.

A definição de D’Arcy Thompson (1917) da forma como ‘um diagrama de forças’ é entendida em Bertol (2011, pág. IV) como “um ponto de partida para um discurso arquitetônico contemporâneo, em que a definição das formas no ambiente construído deva ser impulsionada por intuição estrutural em um diálogo entre geometria, estética e materiais”. A autora destaca que as formas e os padrões podem oferecer um meio potente para interpretar os fenômenos que ocorrem na natureza (desde a biologia, química, física, geometria, zoologia, biofísica e ciências dos materiais). Podem assim oferecer modelos conceituais para a concepção de formas artificiais.

Um importante conceito geométrico apontado por Bertol (2011) como recorrente na natureza são os *triângulos* e *hexágonos* como formas fundamentais para o equilíbrio. Em estática, o triângulo é a figura de base para alcançar o equilíbrio estrutural. Na arquitetura, as geodésicas propostas por Buckminster Fuller (à direita da Figura 1) são um exemplo de aplicação desta abordagem. Segundo a autora, este princípio de equilíbrio pode ser alargado a processos biológicos, tais como a divisão celular e crescimento. Algumas radiolárias possuem estrutura semelhante, com padrão triangular (à esquerda e ao centro da mesma Figura).



**Figura 1:** Radiolária desenhada por E. Haeckel (1872) e forma geodésica do Planetário em Jena (C. Zeiss)

**Fonte:** Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009).

Bertol (2011) relata que Plateau ao fazer suas observações em bolhas de espuma de sabão identificou que estas no plano bidimensional se cruzam em três vértices de um ângulo que tende a ser de  $120^\circ$  e em três dimensões, via quatro vértices semelhantes aos ângulos de um tetraedro. Posteriormente aos experimentos de Plateau, D’Arcy Thompson (1917) reconheceu que os mesmos princípios geométricos se aplicam a células vivas, que seguem os princípios da tensão superficial com base na eficiência energética: células hexagonais convergindo em agregados a cerca de ângulos  $120^\circ$  são uma característica muito comum de formas na natureza.

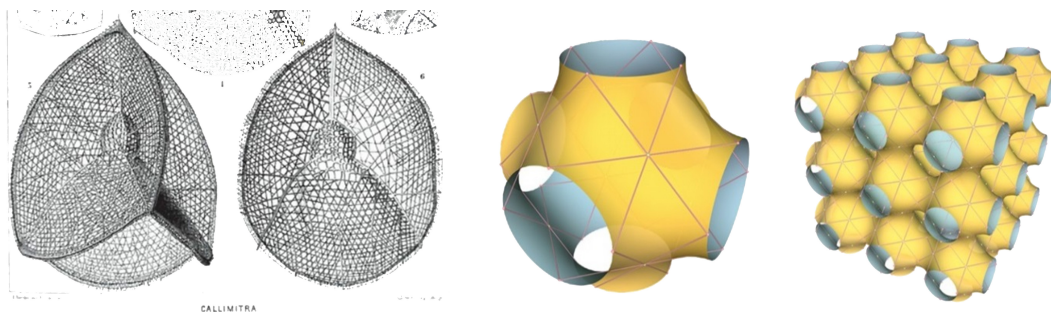
Os experimentos de Plateau com formas de bolhas de sabão e sua configuração tiveram grande influência na evolução de uma teoria de uma classe especial de superfícies recorrentes na natureza, denominadas de *superfícies mínimas*. Este teoria teve suas primeiras definições no século XVIII, em 1760 por Lagrange, e foi impulsionada a partir da metade do século XIX e principalmente no século XX, com a evolução da dinâmica de fluidos, na física, e sistemas complexos, na matemática (BERTOL, 2011). Uma *superfície mínima* é a superfície que possui menor área para um dado contorno fixo (OSSERMAN, 1986). Mas sua principal característica é possuir um equilíbrio de tensões devido à curvatura média igual à zero em todos os seus pontos (CARMO, 1987), resultando em uma forma que responde otimamente em termos estruturais sem consumir energia para isto. Ou seja, a forma responde as condições físicas a partir de sua geometria, o que faz com que se corresponda com os princípios da arquitetura regenerativa. Esta geometria que assume uma ‘forma correta’ em relação ao meio físico, segundo Kanaiya (2013), é denominada de ‘geometria funicular’, sendo esta conformada em ‘estruturas funiculares’.

Tendo propriedades de minimização de quantidades, o hexágono, por exemplo, minimiza áreas de superfícies, assim como ocorre com as superfícies mínimas conformadas por bolhas de sabão experimentadas por Plateau a partir de 1843. O padrão hexagonal é descrito como ladrilho de área de superfície mínima: com este padrão, as abelhas minimizam a quantidade de cera necessária para a construção da colmeia (BERTOL, 2011). A autora destaca que o favo de mel é um exemplo perfeito de uma forma gerada como resposta à eficiência estrutural e economia de material.

Outro exemplo apontado por Bertol (2011) de estrutura natural que integra os conceitos anteriormente citados é de uma radiolária (organismos unicelulares, caracterizados por um esqueleto mineral, que na maioria dos casos é feita de sílica - dióxido de silício). A Callimetra Nassellaria, desenhada por Haeckel (à esquerda da Figura 2), tem a forma de um tetraedro esférico, com as faces que se assemelham as superfícies de área mínima. A autora ainda cita outras ocorrências de padrões hexagonais que exercem princípios de equilíbrio e eficiência estrutural, tais como o das asas das libélulas e da lama rachada de formações geológicas.

Para Allgayer (2009), as configurações que são assumidas nas superfícies mínimas que se desenvolvem na natureza decorrem da busca em anular as forças externas e internas que atuam sobre os limites físicos da matéria que constitui estas superfícies. Ao buscar o equilíbrio, a superfície de área mínima é configurada, como o objetivo de alcançar o melhor aproveitamento de sua tensão superficial. Desta maneira, estas superfícies caracterizam-se pela redução de material, pela otimização das tensões de trabalho e por atuarem no equilíbrio energético.

Perez-García e Gómez-Martínez (2009) identificaram que os arranjos mais usuais na natureza são controlados por quatro fatores principais: a natureza das forças, a forma global, o design local e a qualidade do material. Segundo os autores, estes fatores determinam a geometria. No entanto, parâmetros adicionais, tais como padrão ou iluminação do material, irão influenciar outras características gerais como a flexibilidade, a integração, a continuidade ou a autotensão, envolvidos em alguns exemplos. Estes se configuram geralmente nas estruturas de pneus, conchas, árvores, teias e esqueletos. Entre estas, para os mesmos autores, as estruturas pneumáticas são as mais eficientes em termos de espaço / peso, sendo estabilizadas por si mesmas por terem um envelope dúctil tensionado, internamente pressurizado por um fluido e rodeado por um meio. Dessa maneira, são muito adaptáveis, tendo flexibilidade para mudar a sua forma com vistas a acomodar a geometria circundante (PEREZ-GARCIA e GÓMEZ-MARTÍNEZ, 2009). Para os autores, as estruturas finais da natureza, tais como ovos, ossos, esqueletos, conchas e teias, na maioria dos casos, resultam da solidificação de pneus.



**Figura 2:** À esquerda, Radiolária Callimetra desenhada por E. Hackel (1872) com a forma de um tetraedro esférico e de superfície mínima e, ao centro e à direita, superfície mínima triplamente periódica

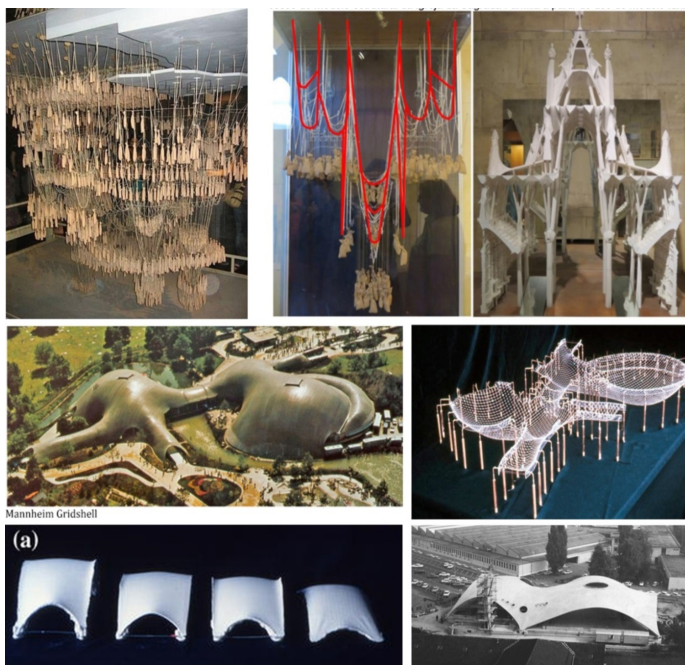
**Fonte:** à esquerda, Bertol (2011) e, à direita, <http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Triply/genus3/PLines/web/index.html>

Estas estruturas pneumáticas se combinam para produzir grades ideais com comportamento de menos energia, sendo estruturalmente e energeticamente eficientes. Bertol (2011) destaca que se pode identificar na natureza a ocorrência de partições uniformes do espaço também associadas a alguns tipos de superfícies mínimas matemáticas, tal como a superfície de Schwarz, que é triplamente periódica. Ela se configura por translação de um elemento básico segundo uma grade regular (á direita da Figura 2). Osserman (1986) afirma que está é a única superfície mínima obtida por translação.

### A geometria de superfícies mínimas e seu emprego na arquitetura

Nos séculos XIX e XX Gaudi e Frei Otto utilizaram amplamente o princípio anteriormente descrito ao propor suas estruturas para arquitetura. Para Frei Otto, sendo o pneu o sistema responsável do crescimento, a forma definitiva é recorrente de um arranjo chamado de *funicular*, o qual é produzido pelas cargas no pneu flexível. Segundo Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009), este é um *processo tecnológico muito elevado de encontrar a forma ótima*. Tendo a propriedade de superfícies mínimas, as tensões superficiais são semelhantes em todas as direções, como foi experimentado nas tendas de tração de Frei Otto no século XX. Meio século antes de Otto, no final do século XIX, Gaudi, influenciado por tais ideias, trabalhou com modelos físicos para definir estruturas *funiculares*, com o objetivo de conceber projetos de estruturas geométricas complexas e ao mesmo tempo de alto desempenho estrutural, como na Colônia Güell e na Sagrada Família (primeira linha da Figura 3).

No século XX outros arquitetos e engenheiros fizeram uso dos modelos funiculares, como Frei Otto para o Mannheim gridshell (BURKHARDT & BÄCHER, 1978) e Heinz Isler, que desenhou suas conchas de concreto com base em modelos de pano penfurado (CHILTON, 2000; 2017). Estes modelos e obras estão ilustrados respectivamente na segunda e terceira linhas da Figura 3.



**Figura 3:** Modelos funiculares empregados na arquitetura nos séculos XIX e XX

**Fonte:** <https://www.quora.com/What-is-Funicular-geometry-What-is-its-significance-in-Structures-in-Architecture>; Beraldo e Meirelles (2016, pág. 07); <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214399815300011>; Chilton e Chuang (2017).



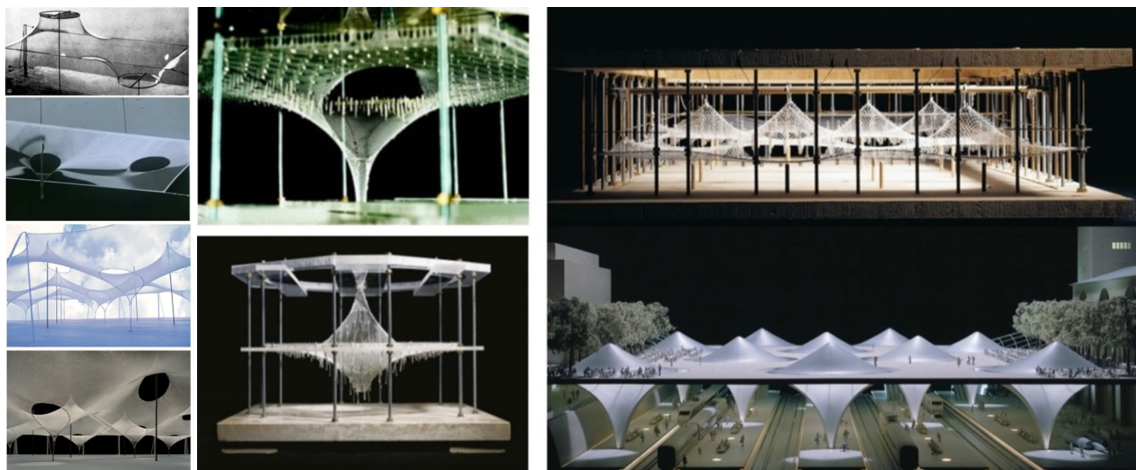
O Main Station de Ingenhoven Architects é uma estação de passagem que conecta várias ferrovias no centro da cidade de Stuttgart, Alemanha. Segundo Burry & Burry (2010), a superfície da estação segue o uso de superfícies que são encontradas fisicamente pela suspensão de uma rede de corrente que irá conformar, após ser submetida à deformação pela gravidade, uma superfície mínima. A superfície encontrada para o projeto da estação foi posteriormente refinada por métodos de cálculo complexo utilizando um software de elementos finitos (FEM). O objetivo foi resolver duas questões principais (Burry & Burry, 2010): a primeira é a economia estrutural e material; e a segunda é a provisão de luz e ar para o vasto espaço subterrâneo, sem criar consumo de energia significativo ou poluição de carbono. Estas superfícies podem ser formadas em torno de um orifício, chamado “olho”, no qual um funil igual a um cálice é formado, resultando em uma unidade modular protótipo. Tal módulo permite combinar telhado, suporte vertical e abertura para o céu em uma única superfície mínima (Figura 5). Ao configurar um telhado de casca contínua, neste projeto possibilita cobrir todo o espaço subterrâneo, admitindo luz natural e ventilação em todos os lugares através dos olhos cálice. Burry & Burry (2010) descrevem que, para descobrir como múltiplos suportes de cálice e paredes de calha interagiriam juntos em uma estrutura contínua de telhado, foi construído um modelo de corrente física suspensa em forma de malha quadrilateral. Este modelo corresponde com o mesmo tipo de modelo desenvolvido por Frei Otto na década de 1960. A malha quadrilateral foi ancorada nos pontos alto e baixo com o objetivo de ser deformada sob seu peso próprio para dar uma forma em pura tensão. Quando invertida e feita rígida, esta mesma forma de superfície distribui forças na compressão pura, minimizando a profundidade e a necessidade de reforço de aço na estrutura da casca. A proposta em formato de “olho” e “cálice” se baseou em modelos de superfícies mínimas experimentados por Otto no Instituto de Estruturas Leves de Stuttgart (Figura 5, à esquerda), desde o ano de 1963, sendo este arquiteto o consultor técnico para a definição da superfície mínima da estação.



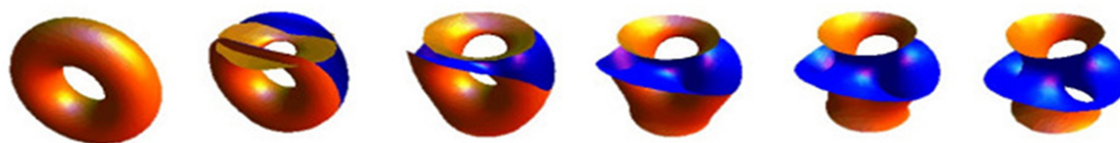
**Figura 4:** Na parte superior, o interior do Main Station Stuttgart, de Ingenhoven Architects, e uma seção da estrutura de superfície mínima; Na parte inferior, vistas externa e interna do Australian Wildlife Health Centre, do arquiteto Paul Minifie, Austrália, destacando-se a superfície mínima empregada

**Fonte:** <http://www.ingenhovenarchitects.com/projects/more-projects/main-station-stuttgart/?img=1>; <http://www.behmerwright.com.au/projects/australian-wildlife-centre-healesville/>; <http://www.archello.com/en/project/australian-wildlife-health-centre/image-2>.

A obra Australian Wildlife Health Centre (segunda linha da Figura 4) emprega outro tipo de superfície mínima, a qual se diferencia da superfície da estação de trem de Stuttgart por ter sido obtida por meio de formulações matemáticas. O matemático brasileiro Celso Costa obteve esta superfície em 1982, como resultado de seu trabalho de doutorado no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). De acordo com Burry e Burry (2010), esta superfície mínima possui três furos, com três oculi (aberturas redondas) que trazem a luz natural no pátio e que atuam como chaminés solares. Estas aberturas criam três clarabóias que são distribuídas uniformemente ao redor do principal espaço de visão do ambulatório. Topologicamente a superfície de Costa é derivada de um toro circular, em uma transformação em que três pontos do toro são lançados ao infinito (CARMO, 1987) conforme as imagens da Figura 6. Esta superfície possui três fins (relacionados às regiões onde os pontos são omitidos, ao ser configurada a superfície), sendo dois deles em catenoide e o terceiro planar.



**Figura 5:** Modelo funicular (de corrente de suspensão) de Otto proposto para o Main Station Stuttgart  
**Fonte:** <http://architecturehabitat.blogspot.com.br/2010/10/final-submission.html>.



**Figura 6:** A topologia da superfície de Costa a partir de um toro circular  
**Fonte:** <https://victordt.wordpress.com/2013/09/08/12/>.

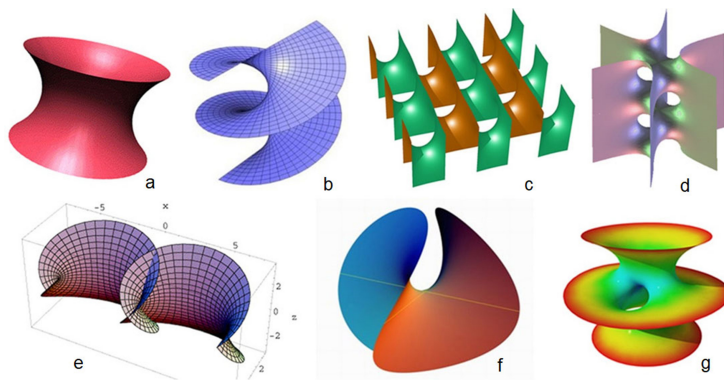
A teoria das superfícies mínimas evoluiu desde os primeiros estudos de Lagrange em 1760 e os experimentos de Plateau com bolhas de sabão para modelos mais complexos, encontrados principalmente nos séculos XIX e XX. A palavra mínima, segundo Carmo (1987), está relacionada com o seguinte problema proposto por Lagrange em 1760: Dada uma curva fechada  $C$  (sem autointersecções), achar a superfície de área mínima que tem esta curva como fronteira. Lagrange, no entanto, só conseguiu formular matematicamente o exemplo trivial do plano. A fórmula de Lagrange que permitiu esta definição não pode ser aplicada para encontrar a área mínima superficial para qualquer tipo de curva fechada, em uma generalização.

Em 1776, Jean Baptiste Meusnier, visando simplificar o problema apresentado por Lagrange e obter novos exemplos de superfícies mínimas, aplicou algumas condições à fórmula descrita por tal matemático, obtendo duas superfícies mínimas, as primeiras além do plano: o *catenoide*, superfície obtida pela revolução de uma curva *catenária* em torno de um eixo ortogonal ao eixo de simetria da curva (Figura 7a), e o *Helicoide*, gerado pela translação e rotação simultânea de uma reta apoiada em duas curvas hélices cilíndrica (Figura 7b). Para cada ponto no helicoide, existe uma hélice que passa através desse ponto. Mais tarde, Scherk provou que o *Helicoide* compartilha algumas propriedades interessantes com o *Catenoide*, tais como a habilidade de dobrar um no outro sem rasgar a superfície, sendo estas superfícies pertencentes a uma família associada.

Em 1834, Heinrich Ferdinand Scherk descobriu duas outras superfícies mínimas, que foram chamadas de Primeira Superfície de Scherk e Segunda Superfície de Scherk. A primeira superfície é duplamente periódica, enquanto a segunda é apenas individualmente periódica. As superfícies são conjugadas entre si (Figuras 7c e 7d).

Em 1855, como parte de seu trabalho sobre superfícies regulares mínimas, o matemático belga Eugene Charles Catalan criou uma superfície mínima contendo toda uma família de parábolas, agora chamada de *superfície mínima catalã* (Figura 7e).

Em 1864, Alfred Enneper descobriu uma superfície mínima conjugada a si própria, agora chamada *Superfície Enneper* (CARMO, 1987). Ela é uma superfície mínima completa com duas linhas retas em sua estrutura, sendo que esta superfície não é mergulhada, ou seja, ela possui autointersecção (Figura 7f).



**Figura 7:** Catenóide, Helicóide, Primeira e Segunda superfícies de Scherk, Superfície de Catalã, Enneper e Superfície de Costa

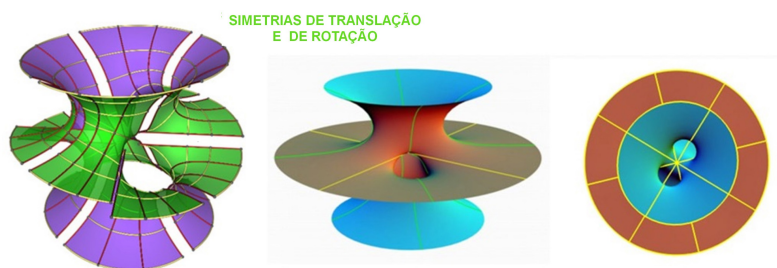
**Fonte:** <https://www2.le.ac.uk/departments/mathematics/extranet/staff-material/staff-profiles/kl96/stuff/lopez-ros-deformation-of-the-catenoid/view>; <http://www.daviddarling.info/encyclopedia/H/helicoid.html>; <http://numod.ins.uni-bonn.de/grape/EXAMPLES/AMANDUS/GIF/towersym.gif>; [https://www.math.hmc.edu/~gu/curves\\_and\\_surfaces/surfaces/catalan.html](https://www.math.hmc.edu/~gu/curves_and_surfaces/surfaces/catalan.html); <http://www.indiana.edu/~minimal/maze/enneper.html>; <http://www.eg-models.de/models/7>.

Segundo Carmo (1987), as superfícies mínimas completas e de curvatura total finita nos permitem dar uma descrição razoável de sua estrutura conforme (relacionada à preservação na transformação topológica e conforme dos ângulos das curvas que se cruzam sobre a superfície), por isso a determinação de tais propriedades foi fundamental para a formalização de exemplos de superfícies mínimas. As condições de tais superfícies serem mergulhadas (sem autointersecção) e de curvatura total finita foram importantes para a obtenção no século XX de novas superfícies mínimas, pela possibilidade de simplificação no cálculo matemático que envolve suas formulações. Devido a isto, durante mais de cem anos foi buscado pelos matemáticos um terceiro exemplo de superfície mínima com estas condições. Até o ano de 1982 tal exemplo não havia sido obtido e as únicas superfícies mínimas com estas propriedades geométricas eram o plano e o catenoide.

O helicóide, embora se caracterize como uma superfície mergulhada, não possui curvatura total finita.

Segundo Carmo (1987), as superfícies mínimas completas e de curvatura total finita nos permitem dar uma descrição razoável de sua estrutura conforme (relacionada à preservação na transformação topológica e conforme dos ângulos das curvas que se cruzam sobre a superfície), por isso a determinação de tais propriedades foi fundamental para a formalização de exemplos de superfícies mínimas. As condições de tais superfícies serem mergulhadas (sem autointersecção) e de curvatura total finita foram importantes para a obtenção no século XX de novas superfícies mínimas, pela possibilidade de simplificação no cálculo matemático que envolve suas formulações. Devido a isto, durante mais de cem anos foi buscado pelos matemáticos um terceiro exemplo de superfície mínima com estas condições. Até o ano de 1982 tal exemplo não havia sido obtido e as únicas superfícies mínimas com estas propriedades geométricas eram o plano e o catenoide. O helicóide, embora se caracterize como uma superfície mergulhada, não possui curvatura total finita. O brasileiro Celso Costa, a partir do estudo de tais propriedades e das características dos fins da superfície para que ela não tivesse autointersecção, encontrou o terceiro exemplo procurado pelos matemáticos, uma superfície mínima que está ilustrada pela Figura 8g. Trabalhando com funções elípticas e a representação paramétrica de Weierstrass, desenvolvida em 1866, Costa definiu uma superfície como a primeira de gênero 1 com estas propriedades e equivalente conformemente a um toro circular. O gênero 1 da superfície relaciona-se a equivalência topológica do toro circular a uma esfera com uma alça, segundo Carmo (1987).

Estas e mais outras superfícies mínimas foram descritas entre os séculos XIX e XX, utilizando-se da geometria diferencial e do cálculo por variáveis complexas, além da descrição paramétrica de superfícies. No entanto, segundo Carmo (1987), estes desenvolvimentos matemáticos não permitiram encontrar uma solução global para a fórmula de Lagrange. Estes primeiros exemplos, exceto a de Costa, segundo Verzea (2012), integram superfícies mínimas cujas parametrizações são simples. O autor destaca que a superfície mínima descoberta por Celso Costa em 1982 possui uma parametrização bem mais complexa, mesmo pertencendo em álgebra ao mesmo grupo diédrico de simetrias. Enquanto Costa foi o primeiro a ter imaginado a superfície e tê-la descrito por meio de funções elípticas (CARMO, 1987), parametrizá-la seria muito difícil e a primeira parametrização teve que esperar até 1986 (VERZEA, 2012). Outra questão a destacar é que esta superfície só pode ser visualizada em 1986 quando David A. Hoffman e William H. Meeks inseriram uma descrição paramétrica em um programa de computação gráfica (CARMO, 1987). Em tal momento foi possível ‘ver’ a beleza da superfície e suas simetrias rotacionais e de reflexão (Figura 8).



**Figura 8:** Simetrias da superfície de Costa

**Fonte:** <http://www.indiana.edu/~minimal/archive/Tori/Tori/Costa/web/index.html>; <http://www.indiana.edu/~minimal/maze/costa.html>.

A inserção de atividades de representação gráfica digital de tais superfícies no ensino de arquitetura resulta ao mesmo tempo na sua compreensão espacial, dos seus entes fundamentais (curvas geratrizes e diretrizes) e dos seus processos de geração. Considera-se que tais atividades exemplificam concretamente o potencial que a configuração de tais superfícies possui para sua adoção no projeto de arquitetura. Na sequência, serão desenvolvidos processos de modelagem paramétrica destas superfícies com um enfoque didático para aplicação na arquitetura.

### **O reconhecimento de processos de modelagem paramétrica de superfícies mínimas**

Compreender a geometria complexa que conformam algumas superfícies presentes na natureza, tal como as de superfícies mínimas, é o primeiro passo para representar parametricamente estruturas naturais com potencial regenerativo para arquitetura. Tais modelos paramétricos de estruturas geométricas regenerativas podem ser usados para suportar: a atividade de análise de padrões que moldam as formas do local, no sentido de compreender como estes padrões influenciam os processos de regeneração; a avaliação de desempenho das estruturas quanto ao condicionamento térmico do edifício projetado; a proposição formal de estruturas em um processo generativo, alcançado por meio de técnicas paramétricas de representação digital (PIRES et al, 2016).

Para Bertol (2011), por meio dos modelos digitais se podem gerar vários níveis de complexidade em diferentes escalas do mesmo modelo. Neste sentido, tais modelos incorporam propriedades e atributos que podem definir uma forma não apenas em seus aspectos geométricos, mas também como uma configuração dinâmica que muda com o tempo, definindo-a quase como um organismo vivo. A autora entende que as representações computacionais contemporâneas trazem ideias para a interpretação das formas naturais. Devido a isto, a exploração de uma forma orgânica deve ir além do seu valor representacional, integrando o seu modelo computacional em vários aspectos, o que exige um conhecimento aprofundado de modelos (por exemplo, para simulações dos aspectos físicos em interação com geometria e materiais).

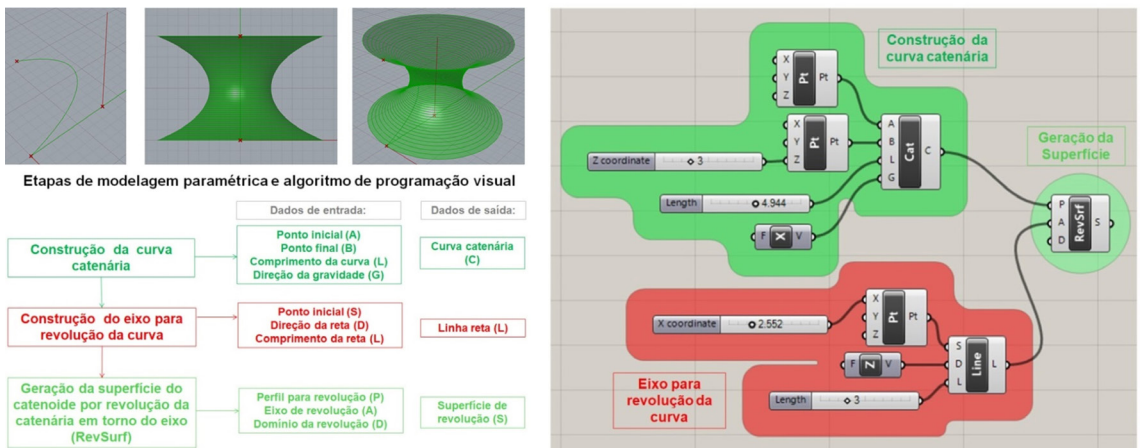
No presente trabalho, o estudo será focado na representação da geometria em seus aspectos conceituais. Para tanto, foram desenvolvidos processos de modelagem paramétrica da geometria de algumas das superfícies mínimas descritas na seção anterior: o catenoide, o helicoides e a superfície mínima descoberta por Costa. Desde que estas superfícies possuem propriedades interessantes do ponto de vista arquitetônico, considera-se que as suas representações paramétricas oportunizam explicitar uma estrutura de saber que auxilia a compreender a geometria complexa de estruturas regenerativas para arquitetura.

A modelagem paramétrica pode ser desenvolvida com base em vários tipos de representação, tais como: pelos elementos principais da superfície (geratrizes e diretrizes) e os processos de geração; por descrição paramétrica; e por simulação das condições físicas que as conformam (forças atuantes sobre a superfície, tais como de expansão e relaxamento aplicadas sobre superfícies topologicamente equivalentes ou sobre modelos funiculares de referência). Neste trabalho será abordado o primeiro tipo de representação, aquele em que as superfícies são conformadas por meio da modelagem de seus elementos principais e dos seus processos de geração.

## A modelagem paramétrica do catenoide de superfície mínima

O processo de geração do *catenoide de superfície mínima* foi definido anteriormente neste trabalho: é a superfície gerada pela revolução de uma curva catenária em torno de um de seus eixos, sendo este ortogonal ao seu eixo de simetria. Em função desta definição, o primeiro passo é representar a curva catenária que é a geratriz da superfície. Os seus parâmetros de representação são: os pontos inicial e final da curva (A) e (B); o seu comprimento (L); e a direção da gravidade (G), que se encontra no eixo Y, já que a curva foi orientada lateralmente para a revolução em torno de um eixo vertical.

A figura 9 ilustra as etapas do processo de geração do catenoide e a correspondente representação paramétrica por linguagem de programação visual, desenvolvida no *plug-in Grasshopper* junto ao software *Rhinceros*.



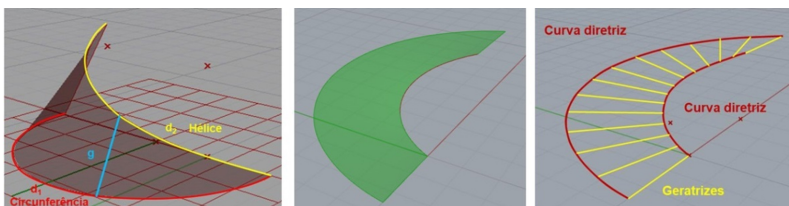
**Figura 9:** Modelagem paramétrica de um catenoide de superfície mínima

**Fonte:** Elaboração própria.

Em tal processo de modelagem são reconhecidos os elementos principais que integram a estrutura geométrica da superfície: a geratriz catenária, o eixo de revolução e o tipo de processo de geração, por superfície de revolução. O eixo de revolução foi definido por uma curva orientada (SDL) no eixo z (uma reta vertical) e a revolução (RevSrf) exigiu informar os parâmetros: perfil para a revolução (P), neste caso a curva catenária, o eixo de revolução (A) e um domínio (D), que é dado pelo ângulo de revolução, neste caso, 360°.

## A modelagem paramétrica do helicoides de superfície mínima

Os Helicoides (Figura 10) são gerados por uma reta que se apoia em diretrizes, sendo da classe de superfícies regradas (POTTMANN et al, 2007) ou denominada de retilíneas de acordo com a classificação de Gaspar Monge adotada em Rodrigues (1960). Nesta classe, se tem os helicoides desenvolvíveis e não desenvolvíveis, tendo-se nesta última subclasse o helicoides de superfície mínima ou helicoides de plano diretor.



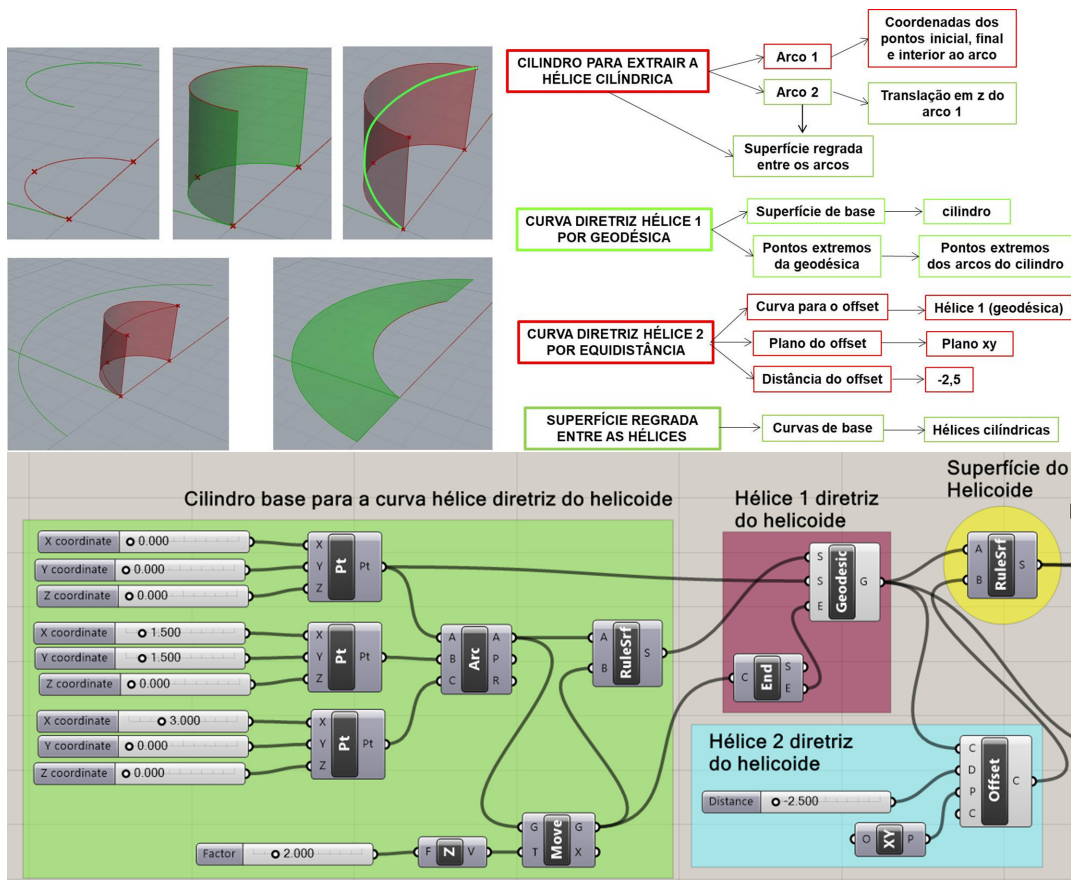
**Figura 10:** Processos de geração de helicoides: à esquerda, o helicoides desenvolvível, gerado por uma reta apoiada em uma diretriz hélice (d2) e uma diretriz circunferência (d1); ao centro e à direita, o helicoides não desenvolvível, gerado por uma reta e que possui somente diretrizes helicoides

**Fonte:** Elaboração própria com base em Rodrigues (1960).

Segundo Pottmann et al (2007), a *hélice* é uma curva descrita simultaneamente por movimentos de *translação* e *rotação*: os pontos que conformam a curva têm uma translação ao longo de um eixo z e uma rotação ao redor do mesmo eixo. As hélices se encontram configuradas sobre as superfícies de cilindros, cones ou esferas e, dentre estas, a *hélice cilíndrica* é definida como uma curva *geodésica* do cilindro, ou seja, o caminho mais curto entre dois pontos da superfície (POTTMANN et al, 2007).

Com o objetivo de otimizar o processo de representação da primeira *hélice cilíndrica* (diretriz do helicóide) e inserir o conceito de curva *geodésica*, esta curva foi encontrada diretamente sobre a superfície de um cilindro utilizando-se o componente *geodesic*. O cilindro foi modelado a partir de dois arcos deslocados um em relação ao outro no eixo vertical e a geração da superfície entre os arcos por superfície regradada (*ruled surface*). O resultado foi uma porção de superfície cilíndrica sobre a qual foi extraída tal curva geodésica entre dois pontos da superfície.

A segunda diretriz, outra curva *hélice cilíndrica*, foi obtida aplicando-se a transformação de equidistância (*offset*) sobre a primeira *hélice cilíndrica* representada. A superfície foi configurada ao aplicar-se a técnica de geração de superfície regradada (*ruled surface*) entre as curvas diretrizes. Na Figura 11 estão ilustrados o processo de geração do helicóide de superfície mínima e as etapas deste processo, em linguagem descritiva, contendo os parâmetros envolvidos em cada etapa. Na mesma figura está ilustrada a programação visual em Grasshopper para este processo de modelagem.



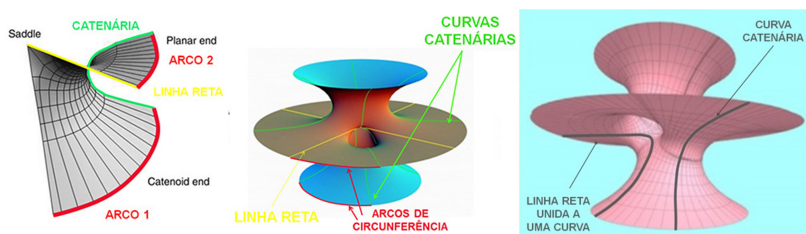
**Figura 11:** Etapas do processo de modelagem paramétrica, parâmetros envolvidos e programação visual em Grasshopper do helicóide de superfície mínima.

**Fonte:** Elaboração própria.

## A modelagem paramétrica da superfície mínima de Costa

A superfície de Costa possui três fins: dois deles são em catenoide e um deles é planar, existindo, portanto, linhas retas nesta superfície (CARMO, 1987). E ela possui simetrias de rotação e translação, conforme descrito anteriormente, o que indica a possibilidade de representá-la por intermédio do emprego de processos compositivos sobre uma porção fundamental da superfície. Anteriormente ao processo de modelagem, é necessário realizar uma análise da geometria desta superfície, o que foi feito por meio das seguintes atividades: identificação das simetrias das curvas geratrizes e diretrizes, a partir de imagens disponibilizadas na web e também diretamente sobre o modelo digital desenvolvido por David A. Hoffman e William H. Meeks, disponível em <http://www.eg-models.de/models/>.

Como curvas diretrizes da porção fundamental, identificaram-se dois arcos circulares e uma reta. Como curvas geratrizes desta mesma porção, identificou-se a existência de uma curva catenária inclinada 13 graus em relação ao eixo z e uma curva que se encontra unida a uma reta diretriz da porção (Figura 12).



**Figura 12:** Curvas diretrizes e geratrizes da superfície mínima de Costa

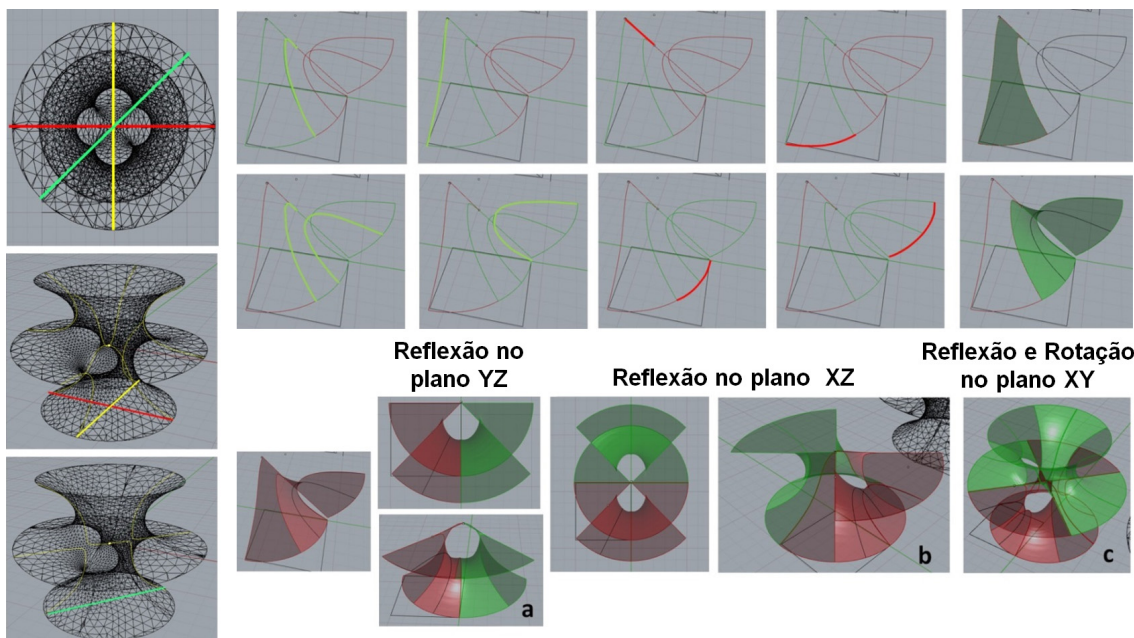
**Fonte:** Elaboração própria a partir das imagens disponíveis em <http://www.indiana.edu/~minimal/essays/costa/index.html>; <http://www.indiana.edu/~minimal/maze/costa.html>; <http://profs.sci.univr.it/~baldo/tjs/costa.html>.

A primeira parte do processo de modelagem paramétrica é correspondente à representação das porções fundamentais da superfície de Costa, a partir de suas curvas geratrizes e diretrizes. A representação de tais curvas pode ser feita utilizando-se os componentes: arco (Arc), catenária (Cat); curvas NURBS (Nurbs); e reta (Line). O processo de geração da superfície pode ser obtido por aplicação de uma varredura de suas curvas geratrizes apoiadas nas diretrizes, empregando-se o componente Net surface, que representa gerar uma superfície a partir de uma rede de curvas. A superfície gerada é correspondente a uma porção fundamental da superfície, sobre a qual ao aplicar simetrias de reflexão e rotação, obtém-se a superfície completa de Costa.

A segunda parte do processo de modelagem paramétrica refere-se à representação das simetrias da superfície. A esta porção de superfície aplicam-se três transformações de reflexão (Mirror): a primeira no plano YZ; a segunda, no plano XZ; e a terceira no plano XY. Por fim, aplica-se, sobre uma das composições obtidas, uma rotação (Rotate) de 90 graus para completar a totalidade da superfície.

O processo completo de modelagem paramétrica está ilustrado nas Figuras 13 à 16. Na Figura 13, à esquerda, a extração das curvas geratrizes a partir de seções no modelo de Hoffmann e Meeks; na mesma Figura, na primeira e segunda linha, um esquema visual da modelagem das curvas e das porções fundamentais da superfície; ainda na mesma Figura, na terceira linha, outro esquema visual ilustrando as etapas da modelagem das simetrias da superfície. Nas Figura 14 e 15 estão ilustradas, em linguagem de programação visual, as etapas de modelagem das curvas geratrizes e das porções fundamentais de superfície, e na Figura 16, o processo de modelagem da superfície inteira por meio de suas simetrias.

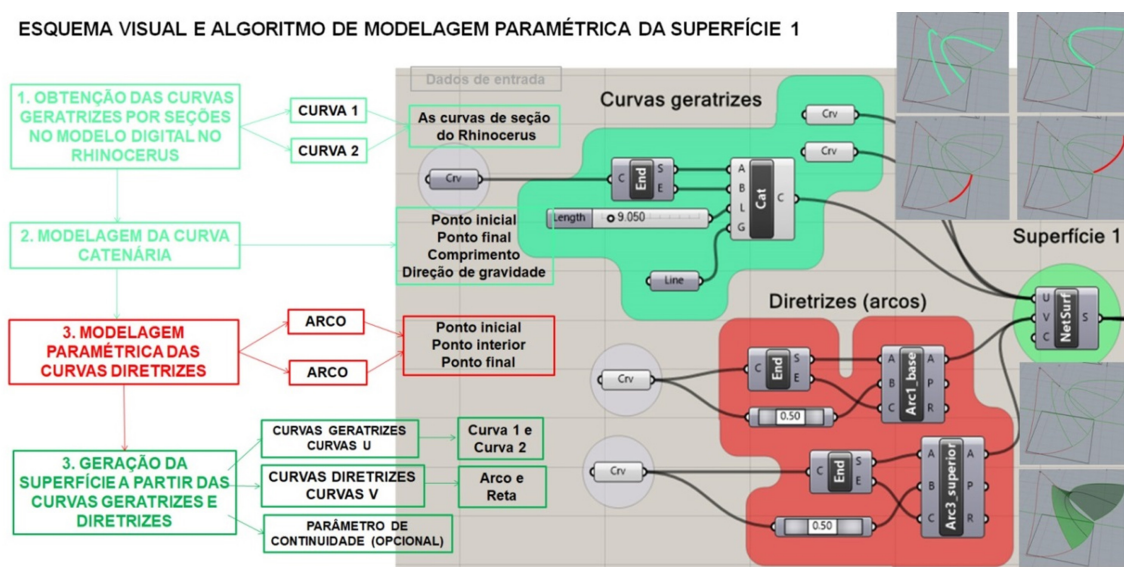




**Figura 13:** Extração das curvas do modelo digital de Hoffmann e esquema visual das etapas do processo de geração das porções fundamentais da superfície mínima de Costa e de suas simetrias

Fonte: Elaboração própria.

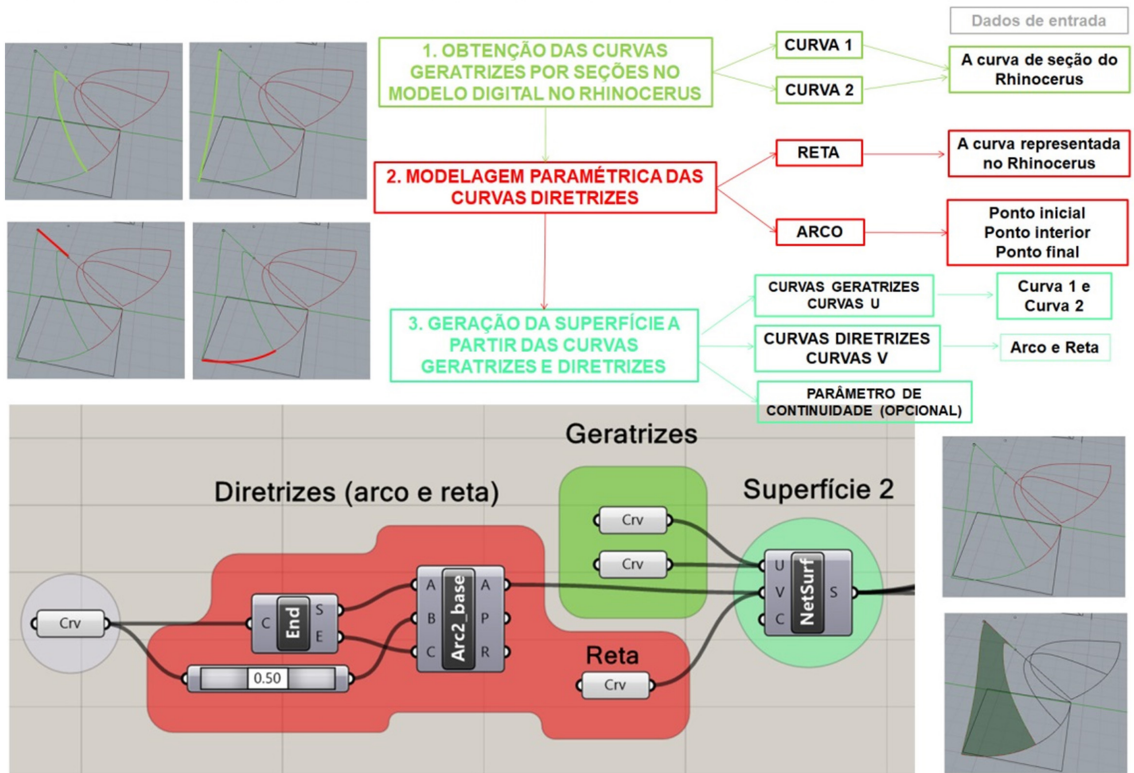
**ESQUEMA VISUAL E ALGORITMO DE MODELAGEM PARAMÉTRICA DA SUPERFÍCIE 1**



**Figura 14:** Etapas de modelagem paramétrica e programação visual em Grasshopper das curvas geratrizes e diretrizes da superfície 1 (porção fundamental da superfície mínima de Costa).

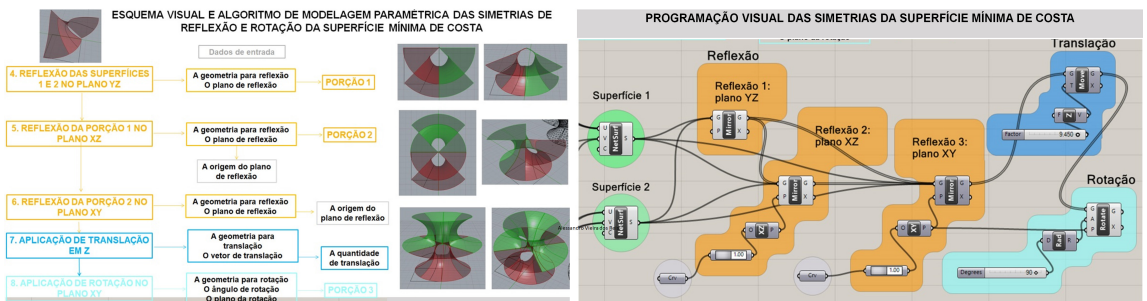
Fonte: Elaboração própria.

### ESQUEMA VISUAL E ALGORITMO DE MODELAGEM PARAMÉTRICA DA SUPERFÍCIE 2



**Figura 15:** Etapas de modelagem paramétrica e programação visual em Grasshopper das curvas geratrizes e diretrizes da superfície 1 (porção fundamental da superfície mínima de Costa).

**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 16:** Etapas de modelagem paramétrica e programação visual em Grasshopper das simetrias da superfície mínima de Costa.

**Fonte:** Elaboração própria.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A sistematização de processos de modelagem paramétrica das geometrias associadas às estruturas naturais, apresentada neste estudo, foi possível ao aplicar-se uma teoria didática (CHEVALLARD, 1999), a qual toma por base o próprio saber como modelo de análise, considerando que este saber possui uma estrutura dinâmica formada por quatro elementos

fundamentais (problemas, técnicas, tecnologias e teorias), os quais devem estar presentes em atividades didáticas. Para a proposição dos processos de modelagem apresentados, foi necessário identificar estruturas de saber relacionadas às teorias e técnicas que possibilitam representar as geometrias presentes na natureza, as quais possuem propriedades regenerativas, como as superfícies mínimas. As teorias trouxeram novas estruturas de saber para uma maior compreensão de tais superfícies, principalmente no âmbito da matemática, da representação gráfica digital e do ensino de arquitetura. Conforme mencionado no referencial teórico, a explicitação de tais estruturas de saber é essencial para a estruturação de situações didáticas para arquitetura com foco na geometria complexa de potencial regenerativo e na modelagem paramétrica. Também são estruturas de saber que possibilitam aos estudantes terem uma maior compreensão dos processos de geração de tais geometrias e das ações projetuais dos arquitetos que as propõem em seus edifícios. Isto permite aos estudantes poderem refletir sobre seus próprios processos projetuais, ao ponto de selecionarem o refutarem conscientemente tais geometrias, sabendo como emprega-las.

O processo de reconhecimento de tais estruturas de saber apontou a necessidade de detalhar em um nível mais profundo algumas caracterizações apresentadas pelos autores de referência. Principalmente quanto aos tipos de curvas diretrizes e geratrizes de tais superfícies e os processos compositivos intrínsecos a suas simetrias. Embora as representações propostas não abordem saberes mais específicos de cálculo matemático, os quais envolveriam álgebra, funções ou descrição paramétrica de curvas, e a lógica de programação, estas podem ser consideradas importantes para explicitar estas geometrias espacialmente e em seus componentes fundamentais, atingindo objetivos didáticos.

As estruturas de saber que caracterizam os processos de projeto e as estruturas geométricas voltadas à regeneração e que foram apresentadas em Littmann (2009) e Bertol (2010), didaticamente, podem ser oportunamente associadas aos conceitos geométricos que envolvem as superfícies representadas. Segundo Pottmann et al (2007), tais estruturas de saber relacionam-se com o conceito de otimização e desempenho na arquitetura, os quais vem sendo empregados como requisitos projetuais principalmente em obras da arquitetura contemporânea dos últimos 20 anos.

Outra questão a destacar é que, para cada uma das abordagens estudadas, foram desenvolvidos mapas conceituais (estruturação do saber) como parte de uma rede de conceitos que foi constituída e disponibilizada em um ambiente virtual de apoio ao ensino de projeto apoiado por tecnologias digitais, a rede TEAR\_AD, da Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil (<http://www.tearad.ufsc.br/>). A estruturação e disponibilização de tal rede de conceitos inserem-se em uma pesquisa de doutoramento relativa ao estudo da geometria complexa recorrente na arquitetura contemporânea e sua transposição ao ensino de arquitetura, com foco nas superfícies matemáticas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Perez-Garcia e Gómez-Martínez (2009), a natureza desenvolve as suas estruturas a fim de alcançar sempre soluções energéticas ideais em longo prazo. O conhecimento sobre estruturas da natureza permite assim aprender sobre a morfologia ótima, integração funcional e eficiência, atributos relacionados com a sua geometria. Para Pottmann et al (2007) a realização de uma ideia de design de forma ótima é uma tarefa difícil e complexa, principalmente por sua formulação matemática e algorítmica, ainda mais tendo que levar em conta requisitos funcionais. O autor destaca que as abordagens centrada em curvas, superfícies e malhas muito bem conhecidas podem ser tomadas como possíveis soluções de problemas de otimização, os quais são associados diretamente às superfícies mínimas, merecendo atenção, de uma perspectiva arquitetônica. Além da abordagem

de curvas e superfícies, os modelos físicos que conformam superfícies mínimas ao serem estudados nesta perspectiva integrados a simulações digitais paramétricas por atuação de forças, permitem tratar com a relação entre forma e estrutura.

Como pesquisa futura e que se encontra em desenvolvimento no presente momento é ampliar o desenho de situações didáticas para além dos modelos matemáticos de superfícies mínimas (que foram alvo de experimentações didáticas desenvolvidas no ano de 2017, mas que não fazem parte do escopo deste trabalho), objetivando integrar a construção física (real) de tais modelos a sua modelagem paramétrica. Isto será feito obtendo-se tais modelos por meio da modelagem física com modelos de suspensão e por simulações digitais que integram as propriedades físicas a que tais superfícies ficam submetidas. As etapas de simulação digital destas condições e de conformação geométrica do modelo da obra Main Station Stuttgart (que utiliza um modelo de corrente suspensa de Frei Otto) já estão concluídas, sendo que a próxima etapa da pesquisa é a de estruturar as atividades didáticas que visam uma integração de tais tipos de simulações ao ensino do projeto de arquitetura.

Em relação aos aspectos didáticos visando à inserção no ensino de arquitetura, a explicitação das teorias e técnicas de modelagem paramétrica de tais geometrias oferece uma base teórica e tecnológica que pode ser considerada fundamental como conhecimento de projeto, principalmente na concepção da arquitetura direcionada as abordagens contemporâneas de design.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Universidade Federal de Santa Catarina pela oportunidade de desenvolver esta pesquisa em nível de doutoramento e ao CNPQ por apoiar o desenvolvimento da rede TEAR\_AD.

## REFERÊNCIAS

- ALLGAYER, R. Formas naturais e estruturação de superfícies mínimas em arquitetura. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. 157 p. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/24723?show=full>> Acesso: maio 2017.
- BERTOL, D. FORM GEOMETRY STRUCTURE: from nature to design. Exton, Pennsylvania: Bentley Institute Press, 2011.
- BURRY, J.; BURRY, M. The New Mathematics of Architecture. London: ed. Thames e Hudson, 2010.
- CARMO, M. P. Superfícies Mínimas. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, 1987.
- CHEVALLARD, Y. La Transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2013. 3ª ed. 4ª reimp. Título original: La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: Pensée Sauvage, 2ème édition, 1991.
- \_\_\_\_\_. El Análisis de las Prácticas Docentes en la Teoría Antropológica de Lo Didáctico. Recherches en Didactique de Mathématiques, Grenoble, Vol. 19, nº 2, pp. 221-266, 1999. (Traducción de Ricardo Barroso, Universidad de Sevilla). Disponível em: <<http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF>>
- GONÇALVES, J. C. S.; DUARTE, D. H. S. Arquitetura sustentável: uma integração entre ambiente, projeto e tecnologia em experiências de pesquisa, prática e ensino. Sustainable architecture: integration among environment, design and technology in research, design practice and education. Ambiente Construído, Porto Alegre, v. 6, n. 4, p. 51-81 out./dez. 2006. Associação Nacional de Tecnologia do Ambiente Construído. Disponível em: <<http://www.seer.ufrgs>

br/index.php/ambienteconstruido/  
issue/view/289> Acesso em: maio 2015.

LITTMAN, J. A. Regenerative Architecture: A Pathway Beyond Sustainability. Dissertação de Mestrado. University of Massachusetts – Amherst. 2009. 68 p. Disponível em: <<http://scholarworks.umass.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1389&context=theses>> Acesso em: abril 2015

MONEDERO, J. Parametric design. (b) A review and some experiences. Automation in Construction, 2000. Disponível em: <<http://info.tuwien.ac.at/ecaade/proc/moneder/moneder.htm>> Acesso em: dezembro de 2014.

OSSERMAN, R. A Survey of Minimal Surfaces. 2. New York: Dover Publications, Inc. 1986.

PEREZ-GARCIA, A.; GÓMEZ-MARTÍNEZ, F. Natural structures: strategies for geometric and morphological optimization. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 28 September – 2 October 2009, Universidad Politécnica de Valencia, Spain. Alberto DOMINGO and Carlos LAZARO (eds.)

PIRES, J. F. SILVEIRA, C. E. FIALHO, F. A. P. 2016. ARQUITETURA REGENERATIVA: O Ensino e Aprendizagem para uma Nova Concepção em Arquitetura. Travessias, 10 (2), p. 14-34. 2016.

POTTMANN, H. ASPERL, A. HOFER, M. KILIAN, A. Architectural Geometry. Exton, Pennsylvania: Bentley Institute Press, 1ª ed., 2007.

RODRIGUES, Á. Geometria Descritiva: Projetividades, Curvas e Superfícies. 1a ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico Ltda., 1960.

THOMPSON, D. A. On Growth and Form. Cambridge: Cambridge University Press, 1971. 345 p.

VERZEA, A. Superfícies Mínimas. 2012. Disponível em: <[http://www.math.mcgill.ca/gantumur/math580f12/minimal\\_surfaces.pdf](http://www.math.mcgill.ca/gantumur/math580f12/minimal_surfaces.pdf)> Acesso em: abril 2017>

WOODBURY, R. Elements of Parametric Design. London: Routledge, 2010.

#### Notas:

<sup>1</sup> A Modelagem paramétrica é a descrição computacional de um modelo matemático com base em scripts, parâmetros e relacionamentos (MONEDERO, 2000).

Segundo Monedero (2000), o projeto paramétrico é entendido como um processo em que a descrição de um problema é criada usando variáveis. Ao alterar essas variáveis uma gama de soluções alternativas pode ser criada, com base em alguns critérios selecionados que levariam a uma solução final. Com este sentido, pode-se dizer que todo o projeto é paramétrico. O autor destaca que, em termos computacionais, é o processo de desenvolvimento de um modelo de computador ou a descrição de um problema de design, com uma representação baseada em relações entre os objetos controlados por variáveis, possibilitando gerar modelos alternativos. A seleção de uma solução é feita de acordo com alguns critérios, tais como o desempenho, a facilidade de construção, os requisitos de orçamento, as necessidades do usuário, estética ou uma combinação destes.

O projeto paramétrico permite a geração de soluções customizadas que podem ser prototipadas e avaliadas nas diferentes etapas do projeto de arquitetura. Segundo Monedero (2000), ele é entendido como um processo em que a descrição de um problema é criada usando variáveis. Ao alterar essas variáveis, uma gama de soluções alternativas pode ser criada, com base em alguns critérios selecionados de uma solução final, que podem ser relacionados com o desempenho, facilidade de construção, requisitos de orçamento, as necessidades do usuário, estética ou uma combinação destes. O autor destaca que, em termos computacionais, é o processo de desenvolvimento de um modelo de computador ou a descrição de um problema de design.

Para Woodbury (2010), sistemas paramétricos e de geração de formas permitem ter um maior controle das possibilidades de geração de geometrias complexas e um maior número de alternativas de projeto para avaliação e seleção do projetista.

Woodbury (2010, pág. 24) descreve que “o processo de criação de relacionamentos (necessariamente) requer uma notação formal e introduz conceitos adicionais que não tenham sido previamente considerados como parte do “pensamento de design”, podendo assim alargar o âmbito intelectual do projeto”.

<sup>2</sup> Uma superfície S é chamada completa se ela não possui pontos na fronteira que possam ser atingidos por uma curva em S de comprimento infinito. Intuitivamente, é aquela na qual se pode percorrer qualquer distância em qualquer direção sem sair da superfície. Fonte: Carmo (1987).

**Janice de Freitas Pires**  
janicefp@hotmai.com

**Alice Theresinha Cybis Pereira**  
acybis@gmail.com