

Modelo e controle da dinâmica de um veículo e monitoramento da atitude e atuação

Matheus José Oliveira dos Santos Dias

Resumo – Este trabalho inicia o texto com a apresentação do problema e o objetivo de propor um método de controle e monitoramento de veículos sobre trilhos com a finalidade de aperfeiçoar a segurança do vagão contra tombamentos. Tendo isso em mente, o veículo foi modelado usando princípios de mecânica de Newton-Euler e Lagrangeana, o modelo representa a dinâmica lateral do trem. De posse do modelo, os sistemas são estudados observando seu comportamento no domínio do tempo e da frequência, sendo possível identificar suas respectivas frequências naturais e modos de vibrar. Para resolver o problema de monitoramento, foi desenvolvido um aplicativo com o MIT App Inventor com a finalidade de usufruir do chip IMU presente em todos os *smartphones* modernos. O aplicativo consegue salvar a informação na memória do dispositivo e então exportar os sinais do giroscópio e do acelerômetro, com esses sinais é possível utilizar um filtro complementar para aferir o ângulo de rolagem com maior precisão. Portanto, com o modelo dinâmico e o monitoramento do veículo é proposto um sistema de controle LQR que utiliza dois atuadores eletromagnéticos agindo no vagão e no truque lateralmente com a finalidade de manter a rolagem do vagão controlada evitando tombamentos do trem. O sistema é então avaliado em situação de regime permanente durante uma curva e os resultados são discutidos.

Palavras-chave – Dinâmica; Controle Ótimo; Monitoramento; Trens.










1 Introdução

Neste trabalho serão apresentados modelos dinâmicos de veículos sobre trilhos para entender sua dinâmica, além do monitoramento da sua atitude utilizando um chip IMU (*Inertial Measurement Unit*) como sensor, dessa forma se torna possível avaliar a segurança veicular. A importância do estudo de dinâmica de veículos sobre trilhos se deve ao fato das recentes tendências de aumento de investimentos na malha ferroviária brasileira e sua importância como modal de transporte sustentável ambientalmente.

Sistemas de transporte ferroviários são eficientes energeticamente e ambientalmente para transporte de mercadorias, em especial em países continentais (países com área superior a australiana ANTUNES, 1993), como Brasil, China, Estados Unidos e Rússia. Comparando a malha ferroviária brasileira com a dos países citados e países em desenvolvimento além do Brasil, percebe-se que a brasileira é expressivamente menor.

Figura 1 - Comparação malha ferroviária 2018

DENSIDADE DAS MALHAS FERROVIÁRIAS

	Área (milhões km ²)	Ferrovias (mil km)	Ferrovias/Áreas (km/ 1.000 km ²)
 EUA	9,83	293,56	29,8
 Índia	3,29	68,53	20,8
 África do Sul	1,22	20,99	17,2
 Argentina	2,78	36,92	13,3
 China	9,60	124,00	13,2
 México	1,96	15,39	7,8
 Canadá	9,98	77,93	7,8
 Rússia	17,1	87,16	5,1
 Austrália	7,74	36,97	4,8
 Brasil	8,52	29,18	3,4

Fonte: Antf (2018)

Esse fato é consequência de uma política falha onde não houve um processo de expansão coordenada da malha ferroviária brasileira desde 1980. Mais recentemente entre 2003 e 2010 os investimentos privados e federais em Infraestrutura de transportes cresceram 247,6% abrangendo os modais de transporte: rodovias, ferrovias, portos e aeroportos. Apesar do crescimento do montante investido, o valor ainda é insuficiente para a magnitude do Brasil. Em 2016 o País investiu cerca de 0,6% do produto interno bruto (PIB) em transporte, abaixo da média de emergentes de 3,4% (CAMPOS NETO, 2016).

Sobre a malha ferroviária brasileira, a partir do século XX a exploração de sua infraestrutura foi feita por empresas estatais (RAMALHO, 2022), o governo concedeu praticamente toda malha em 1997, não havendo avanços de maior magnitude desde então, porém, há indicações de tendência de aumento de investimentos (CAMPOS NETO, 2016). O marco regulatório de 2021 trouxe a possibilidade outorga, já possíveis em portos e aeroportos, que deve trazer maiores investimentos do setor privado tanto para transporte de pessoas quanto de cargas (CAMPOS NETO, 2016). No modelo 2021, empresas privadas podem realizar sugestões de projetos ferroviários ao Governo Federal, diferente do antigo modelo onde apenas o Governo poderia utilizar de processos abertos para realização de projetos.

O monitoramento da atitude do veículo se deve ao fato da probabilidade de descarrilhamento do vagão ser função de sua atitude. Em um espaço amostral de 4661 acidentes de trens, observa-se crescimento do número médio de vagões descarrilhados em função da velocidade (ANDERSON, 2005), em especial os maiores ângulos de rolagem ocorrem durante curvas.

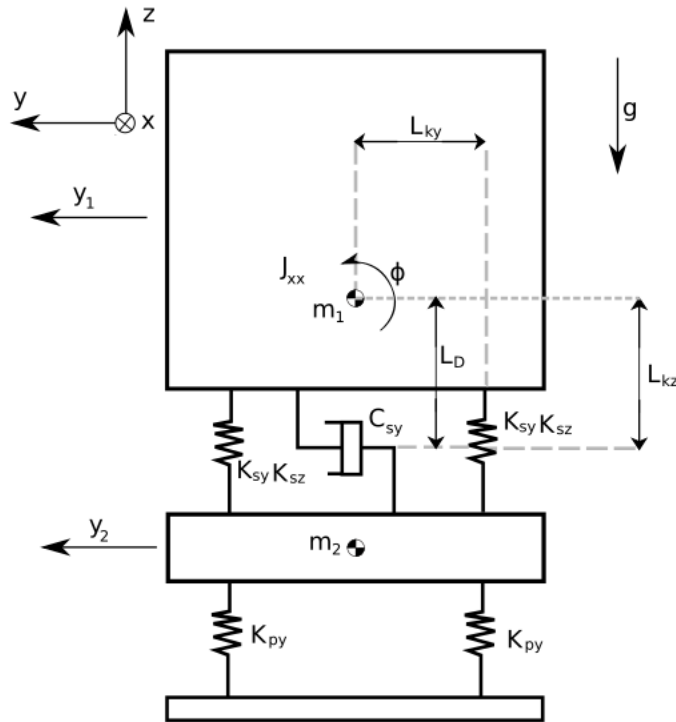
Outro fato a se destacar é que apenas 6,3% dos acidentes descarrilharam mais de 25 vagões onde 90% deles tinham velocidades superiores a 25 mph (ANDERSON, 2005). Ainda também é possível afirmar que outros fatores que influenciam no descarrilhamento são a posição do vagão no trem e a classe do trilho (ANDERSON, 2005).

Neste sentido, este trabalho busca analisar e compilar modelos que permitem identificar formas de manter a segurança veicular evitando o descarrilhamento assim como desenvolver métodos para monitoramento de trens. Em especial, visando o monitoramento do ângulo de rolagem do veículo utilizando um chip IMU com um filtro complementar sendo utilizado como ferramenta.

2 Modelo dinâmico

O modelo da dinâmica lateral do vagão pode ser visualizado na figura 2 abaixo representado com 3 graus de liberdade e dois corpos (PARK et al., 2019). O primeiro corpo é o vagão que pode se mover lateralmente e rotacional e o segundo corpo é o truque que pode se mover apenas lateralmente. Seu estudo tem especial importância para avaliar a segurança veicular, partindo da hipótese que o descarrilhamento ocorre quando há tombamento.

Figura 2 - Modelo lateral



Os graus de liberdade do sistema são representados por y e ϕ onde os índices 1 e 2 representam respectivamente o vagão e o truque. m_1 , m_2 e J_{XX} representam a massa do vagão, do truque e o momento de inércia do eixo X do vagão respectivamente. As constantes de mola são representadas por K enquanto C representa o amortecimento, os índices p e s representam respectivamente a suspensão primária e a secundária, os índices y e z representam a composição da direção da constante das molas. Aplicando a equação de Lagrange no modelo acima, se obtém as equações diferenciais linearizadas que descrevem o movimento do sistema:

$$m_1 \ddot{y}_1 + C_{sy} (\dot{y}_1 - \dot{y}_2 + L_{kz} \dot{\phi}) + K_{sy} (y_1 - y_2 + L_{kz} \phi) = F_{y1} \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - C_{sy} \dot{y}_1 + C_{sy} \dot{y}_2 - L_{kz} C_{sy} \dot{\phi} - K_{sy} y_1 + (K_{sy} + K_{py}) y_2 - L_{kz} K_{sy} \phi = F_{y2} \quad (2)$$

$$J_{xx} \ddot{\phi} + L_{kz} C_{sy} (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + L_{kz}^2 C_{sy} \dot{\phi} + L_{kz} K_{sy} (y_1 - y_2) + (L_{ky}^2 K_{sz} + L_{kz}^2 K_{sy}) \phi = M_{\phi} \quad (3)$$

Ressaltando que as forças generalizadas F_{y1} , F_{y2} e M_{ϕ} representam forças genéricas que podem incidir nas coordenadas generalizadas.

Resumo das hipóteses utilizadas:

- O trem pode ser descrito utilizando o modelo acima com 3 graus de liberdade e 2 corpos: truque e vagão.
- O truque realiza apenas o movimento lateral.

- O único movimento angular é o movimento de rolagem representado pela rotação do vagão em relação ao eixo x.
- O vagão também se move lateralmente semelhante ao truque
- O centro de massa do vagão se encontra em seu centro geométrico.
- As forças que atuam no sistema são dadas por F_{y1} , F_{y2} e M_ϕ e representam forças genéricas para fins de simulação.
- Comportamento de corpo rígido.
- As rodas não perdem o contato com o solo.

O sistema de equações diferenciais linearizadas e acopladas representadas pelas equações 1, 2 e 3 também pode ser escrito no seguinte formato:

$$[M]\ddot{\vec{w}} + [R]\dot{\vec{w}} + [K]\vec{w} = \vec{F} \quad (4)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_{xx} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} C_{sy} & -C_{sy} & C_{sy}L_{kz} \\ -C_{sy} & C_{sy} & -L_{kz}C_{sy} \\ L_{kz}C_{sy} & -L_{kz}C_{sy} & L_{kz}^2C_{sy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{sy} & -K_{sy} & L_{kz}K_{sy} \\ -K_{sy} & K_{sy} + K_{py} & -L_{kz}K_{sy} \\ L_{kz}K_{sy} & -L_{kz}K_{sy} & L_{ky}^2K_{sz} + L_{kz}^2K_{sy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\vec{w} = \{y_1 \quad y_2 \quad \phi\}^T \quad (8)$$

$$\vec{F} = \{F_{y1} \quad F_{y2} \quad M_\phi\}^T \quad (9)$$

Por fim, escrevendo o sistema no espaço de estados para realizar as simulações, é possível obter as equações seguintes:

$$\dot{\vec{x}} = [A]\vec{x} + [B]\vec{u} \quad (10)$$

$$\vec{x} = \{y_1 \quad y_2 \quad \phi \quad \dot{y}_1 \quad \dot{y}_2 \quad \dot{\phi}\}^T \quad (11)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0_{3 \times 3}] & [I_{3 \times 3}] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[R] \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

A matriz da equação 13 possui apenas termos para que haja forças laterais e não momento. Isso ocorre devido a natureza do atuador, que será mais bem detalhado no capítulo 5.

Além da equação 10, para observar o sistema é necessário a equação 14 abaixo:

$$\vec{y} = [C]\vec{x} + [D]\vec{u} \quad (14)$$

Em uma situação de curva em regime permanente o vetor \vec{u} assume a seguinte equação abaixo, onde as massas do vagão e do truque recebem aceleração centrípeta constante em função da velocidade do trem e do raio da curva

$$\vec{u} = \left\{ \frac{\dot{X}^2}{R} \quad \frac{\dot{X}^2}{R} \quad 0 \right\}^T \quad (15)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[D] = [0] \quad (17)$$

Aplicando a transformada de Laplace representada pela equação 18 nas equações 10 e 14 e desenvolvendo fazendo as operações algébricas adequadas, é possível obter a função de transferência de forma analítica, representada pela equação 23:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (18)$$

$$sX(s) = [A]X(s) + [B]U(s) \quad (19)$$

$$Y(s) = [C]X(s) + [D]U(s) \quad (20)$$

$$X(s) = (s[I] - [A])^{-1}[B]U(s) \quad (21)$$

$$Y(s) = [C](s[I] - [A])^{-1}[B]U(s) + [D]U(s) \quad (22)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = [C](s[I] - [A])^{-1}[B] \quad (23)$$

3 Simulação

De posse das equações descritas no espaço de estado serão realizadas análises no domínio da frequência e no domínio do tempo para o sistema. Essas análises permitem observar a estabilidade do sistema para diferentes entradas do vetor \vec{u} assim como prever seu comportamento e modos de vibrar.

Para o sistema segue as informações abaixo. A realização das simulações exige primeiramente os seguintes parâmetros representados na Tabela I:

Tabela I – Parâmetros do modelo lateral

<i>Parâmetro</i>	<i>valor</i>
m_1	30000 kg
m_2	5000 kg
K_{sy}	$5 \cdot 10^6 N/m$
K_{sz}	$6 \cdot 10^6 N/m$
K_{py}	$5 \cdot 10^6 N/m$
C_{sy}	$1 \cdot 10^5 N/m$
J_{xx}	48250 kg.m ²
L_{ky}	1,15 m
L_{kz}	0,8 m

Os parâmetros de massa, momento de inércia e distância são típicos de um vagão convencional que foi aproximado como um paralelepípedo de dimensões 3,3 m de altura, 2,9 m de largura e 18 m

de comprimento (CSX, 2022), os valores das constantes de rigidez e amortecimento são de mesma ordem de grandeza que o modelo vertical.

Para obter a resposta em frequência de forma analítica há a equação 23 enquanto no *Matlab*, utiliza-se a função *bode*. Para obtenção dos modos de vibração do sistema, considera-se o sistema não amortecido representado pela equação 24 abaixo e que pode ser reescrita como na equação 25 solucionando o problema (RAO, 2004).

$$[M]\vec{\ddot{w}} + [K]\vec{w} = 0 \quad (24)$$

$$([K] - [M]\omega_0^2) = 0 \quad (25)$$

Calculando os autovalores, obtém-se 3 números reais representado abaixo, onde na equação 26 os valores estão em rad/s e na equação 27 os valores estão em Hz:

$$\vec{\omega}_0 = \{7,84 \quad 14,47 \quad 46,11\}^T \quad (26)$$

$$\vec{f}_0 = \{1,25 \quad 2,30 \quad 7,34\}^T \quad (27)$$

A resposta é frequência é representada abaixo de acordo com as frequências naturais obtidas:

Figura 3 - Diagrama de bode galope do vagão

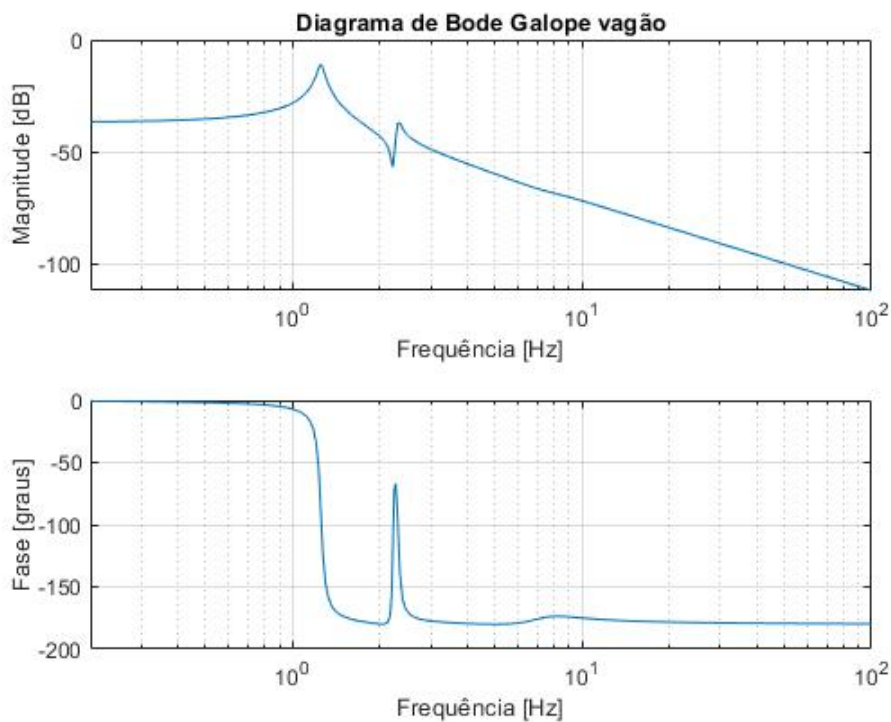


Figura 4 - Diagrama de bode truque

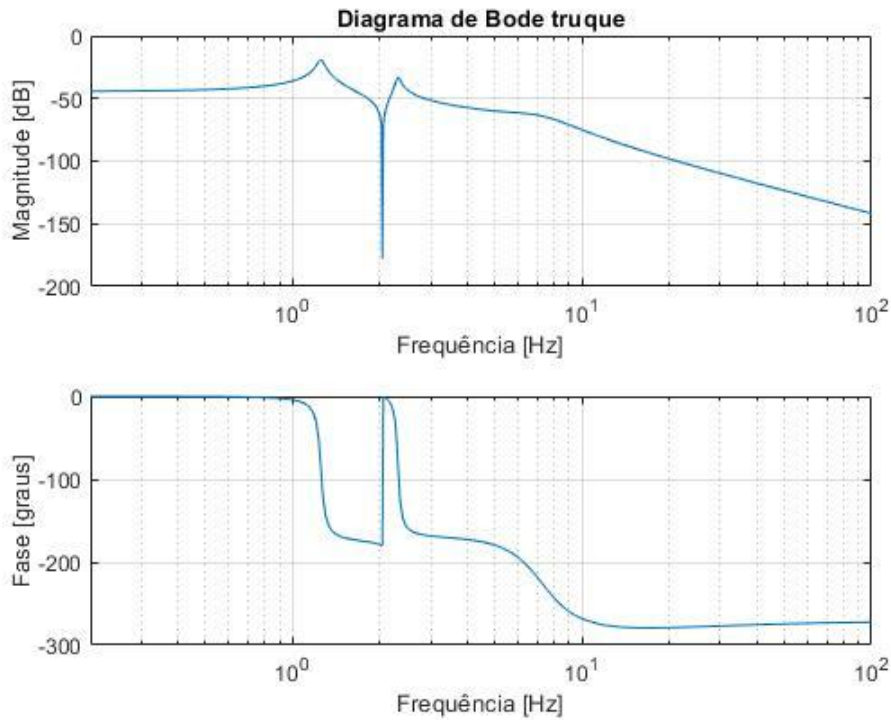
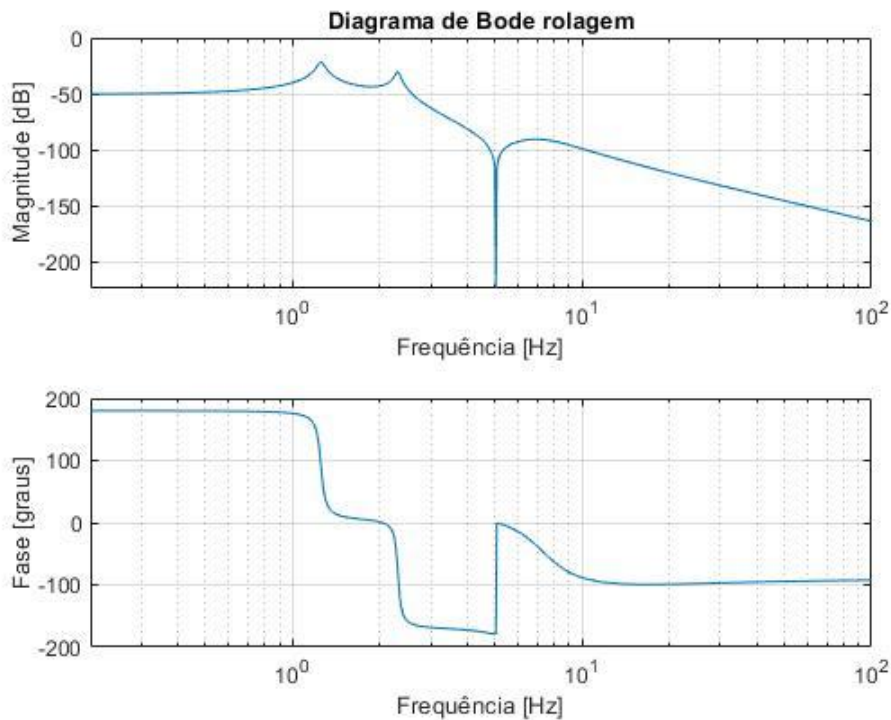


Figura 5 - Diagrama de bode rolagem



O que pode ser observado de imediato é que há três picos de ressonância evidentes nos gráficos, os quais representam as frequências naturais. Como esperado do comportamento do sistema físico, altas frequências do solo tem pouca influência no comportamento vertical do veículo quando comparado a frequências mais baixas. Além disso, observando os ganhos de margem e fase, é possível observar que o sistema é estável.

Com os autovetores da matriz $[A]$ representando os modos de vibrar:

$$V_1 = \{0,0053 \quad 0,0021 \quad -0,0016\}^T \quad (28)$$

$$V_2 = \{0,0018 \quad 0,0029 \quad 0,0042\}^T \quad (29)$$

$$V_3 = \{0,0012 \quad -0,0137 \quad 0,0007\}^T \quad (30)$$

Os respectivos modos de vibrar do sistema são representados graficamente pelas imagens abaixo:

Figura 6 - Primeiro modo de vibrar do sistema lateral

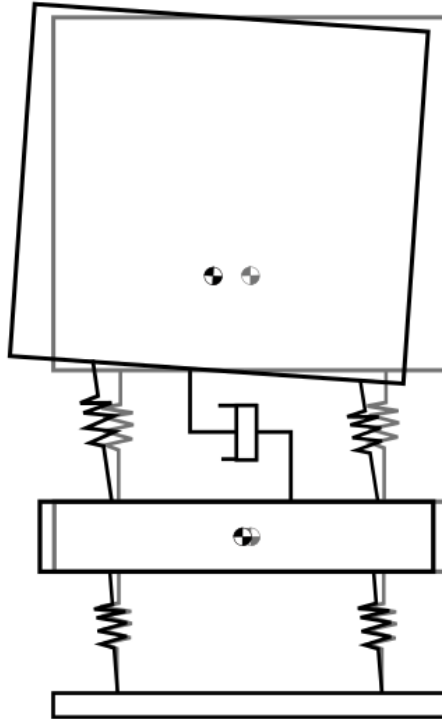


Figura 7 - Segundo modo de vibrar do sistema lateral

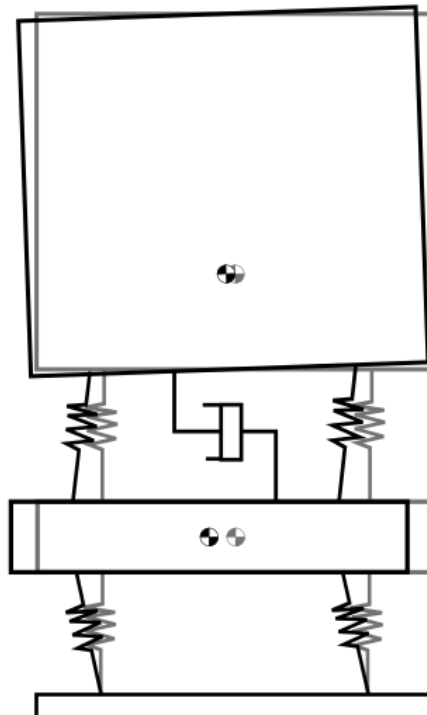
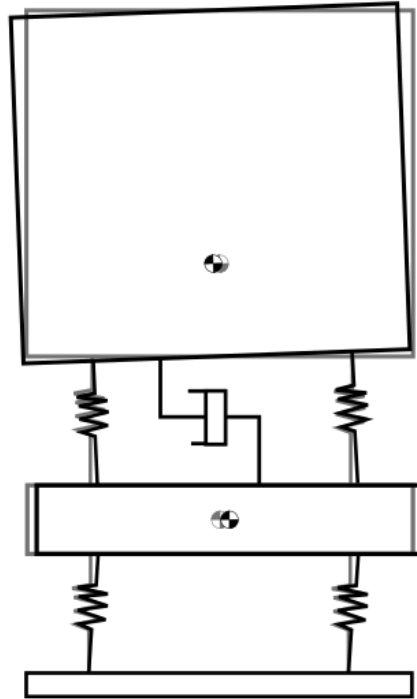
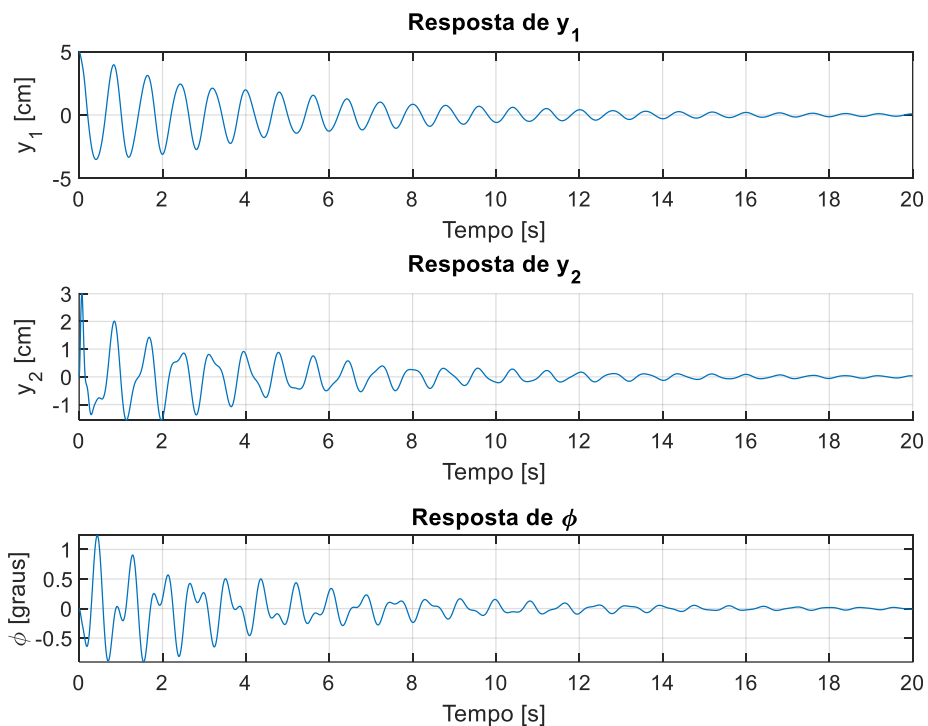


Figura 8 - Terceiro modo de vibrar do sistema lateral



Outro parâmetro importante para o modelo é o tempo que ele leva para não ter oscilações significativas após determinada condição inicial, representando tanto a estabilidade do sistema como o tempo para sair do estado transiente. Considerando uma posição inicial deslocando o vagão 5 cm lateralmente e integrando as equações se obtém a resposta representada pela figura 9 abaixo.

Figura 9 - Resposta temporal a posição inicial do sistema lateral



A resposta obtida indica oscilações no vagão e no truque até cerca de 15 segundos, após esse período a amplitude das oscilações se tornam irrelevantes demonstrando a estabilidade do sistema para as condições iniciais estabelecidas.

4 Monitoramento

O objetivo do monitoramento veicular do trem neste trabalho é obter o ângulo de inclinação do veículo com a finalidade de desenvolver um índice de segurança para tombamento. O ângulo pode ser obtido com a integração do sinal do giroscópio ou com a decomposição do sinal da gravidade do acelerômetro. Essas duas aquisições feitas com um IMU possuem características e problemas distintos, porém, é possível realizar a fusão do sinal de ambas com um filtro complementar para obter uma aferição mais precisa.

4.1 Sensor

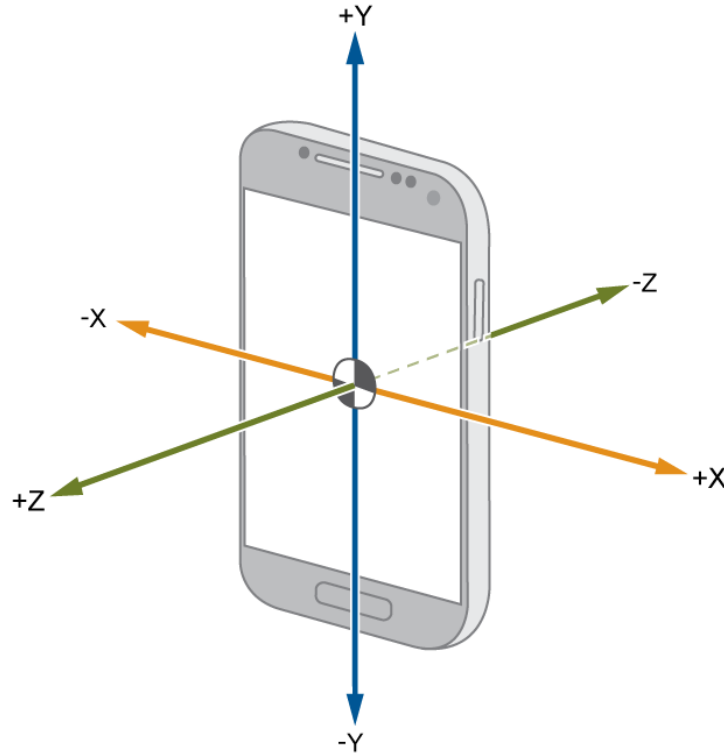
Para poder medir a posição de um veículo se utiliza um sistema de navegação inercial. Para entender o conceito, considere um acelerômetro que mede a aceleração de si próprio em um único eixo, ao realizar a integração, se obtém a velocidade, então integrando novamente se obtém a posição. O problema desse procedimento é que após a integração, não se conhece a constante de integração, ou seja, não se conhece a posição inicial do objeto (KING, 1998).

A integração desse sistema de 3 acelerômetros uniaxiais juntos ortogonalmente com um GPS é capaz de calibrar o sistema para que se possa obter posições precisas. Juntando o acelerômetro com um giroscópio para medir velocidade angular, de forma eletrônica, se obtém um chip conhecido como Inertial Measurement Unit (IMU) comumente utilizado para medir velocidade, orientação e força gravitacional. Posteriormente, foi adicionado um magnetômetro ao chip com o objetivo de aumentar a acurácia do giroscópio (AHMAD et al., 2013).

IMU's modernos apresentam 9 graus de liberdade, 3 graus para medir aceleração, 3 graus do giroscópio e 3 graus do magnetômetro.

Utilizando o IMU presente num *smartphone* moderno comum é possível desenvolver um aplicativo protótipo para aquisição do sinal, esse protótipo foi construído utilizando o MIT App Inventor, aplicação online para desenvolvimento de programas para Android. A lista de tutoriais e instruções presentes na referência AppInventor (2022) foram utilizadas como guia. Para um *smartphone* convencional, o alinhamento dos eixos com o celular se dá como representado pela figura 25 abaixo, onde para capturar os sinais o eixo X deve estar na mesma direção de movimento do veículo com o eixo Z apontando contra a gravidade.

Figura 10 - Eixos no smartphone



Fonte: Matlab (2022)

4.2 Filtro Complementar

O filtro complementar é uma aplicação simples de filtros de baixa e alta frequência para juntar dois sensores diferentes e assim ter uma estimativa mais precisa da realidade. No problema apresentado neste trabalho deseja-se obter o ângulo de rolagem do veículo para assim avaliar sua segurança, porém os sensores presentes no IMU não medem o ângulo de rolagem diretamente, assim é possível utilizar tanto o giroscópio quanto o acelerômetro linear para estimar o ângulo de rolagem. Estimções desse tipo são utilizadas em diferentes áreas como estimação da atitude de manipuladores industriais em espaços tridimensionais, veículos terrestres autônomos e VANTs (Veículos Aéreos Não Tripulados). Outro método comumente utilizada para a tarefa de estimação de atitude é através da utilização de um filtro de Kalman (APARNA et al., 2021).

Considerando primeiro o acelerômetro linear que tem como saída dados da aceleração nos 3 eixos x,y,z e acoplados ao corpo, temos então as acelerações, respectivamente, a_x , a_y e a_z .

$$\phi = \tan^{-1}(a_y/a_z) \quad (31)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}}\right) \quad (32)$$

Onde ϕ é o ângulo de rolagem e θ é o ângulo de inclinação, seguindo a definição dos ângulos de Euler.

Essas relações funcionam quando não há outras forças agindo sobre o sensor além da gravidade, a qual se mantém constante (APARNA et al., 2021). Considerando o giroscópio, o ângulo pode ser obtido através de uma integração numérica:

$$\phi(t) = \phi(t - 1) + \omega_x \Delta t \quad (33)$$

Importante ressaltar que a equação 33 acima é uma derivação da equação 34 abaixo válida apenas quando o ângulo de inclinação é igual a zero, assumido como hipótese. (BARBOSA, [201-])

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen } \theta \\ 0 & \cos \phi & \text{sen } \phi \cos \theta \\ 0 & -\text{sen } \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (34)$$

Onde ω_x , ω_y e ω_z são os sinais medidos com o giroscópio e ψ o ângulo de direção.

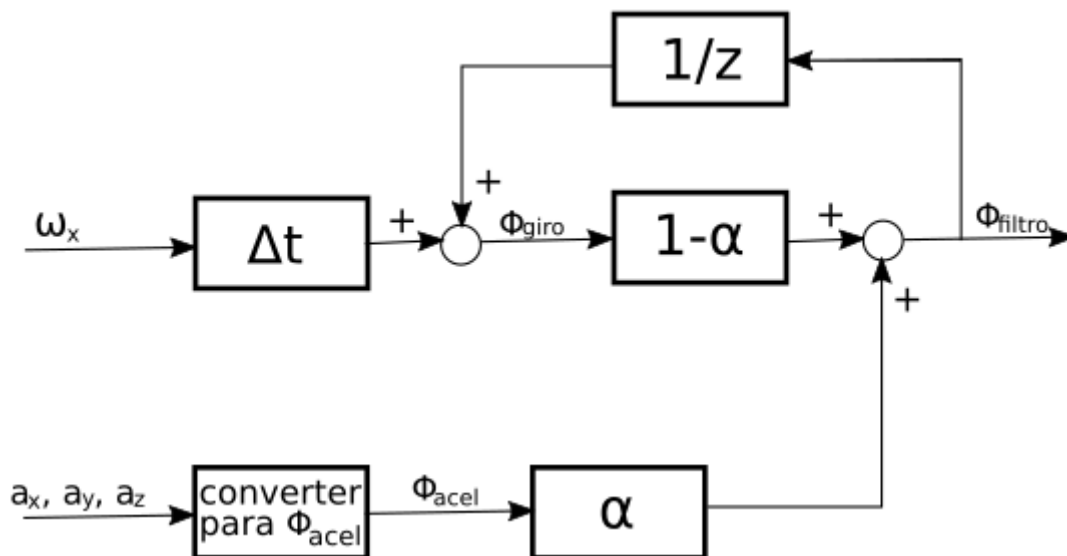
O problema que há com esses dois diferentes métodos para obter os ângulos são distintos. O método usando os acelerômetros é impreciso devido a ruídos registrados intrínsecos ao sinal eletrônico, além disso, caso haja alguma força aplicada ao sensor, a medida pode não corresponder ao sistema físico. Por outro lado, o método utilizando a integração dos valores do giroscópio tende a ser impreciso no longo prazo pois acumula soma de ruído de sinais anteriores.

Para corrigir isso, uma técnica que pode ser aplicada é o filtro complementar, que consiste em aplicar um filtro passa altas $1-G(s)$ no sinal do ângulo do giroscópio e um filtro passa baixas $G(s)$ no sinal do ângulo do acelerômetro. Essa técnica pode ser algebricamente simplificada através da seguinte equação 35 abaixo (APARNA et al., 2021):

$$\phi_{filtro}(t) = (1 - \alpha)(\phi_{filtro}(t - 1) + \omega_x \Delta t) + \alpha \phi_{acel} \quad (35)$$

Onde α é uma constante utilizada para calibração da proporção dos filtros, normalmente igual a 2%. A equação 35 pode ser representada pelo seguinte diagrama de blocos:

Figura 11 - Diagrama de blocos filtro complementar



4.3 Implementação do algoritmo

Utilizando o aplicativo desenvolvido com o MIT App Inventor, um sinal foi gravado da linha verde do metrô de São Paulo e analisado. O sinal é interpolado e multiplicado por uma janela Hann e por fim aplicado uma FFT para obter o espectro de frequências. Além disso, mais importante, analisaremos o ângulo de inclinação obtido com a implementação do algoritmo de filtro complementar. Abaixo são mostradas as análises para aceleração nos eixos Y e Z.

Figura 12 - Aceleração em y no tempo e na frequência

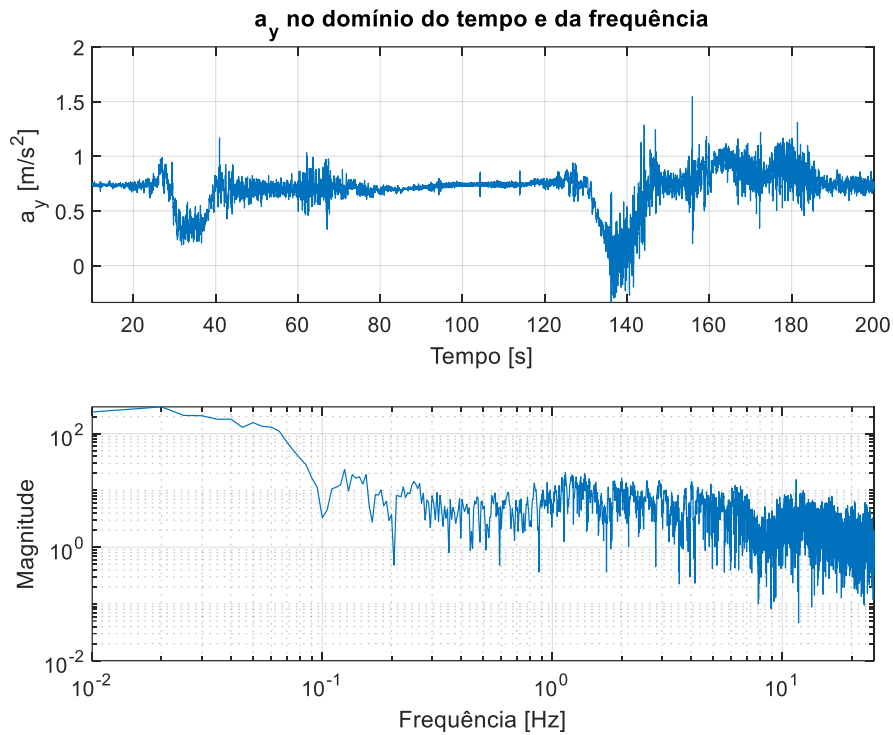
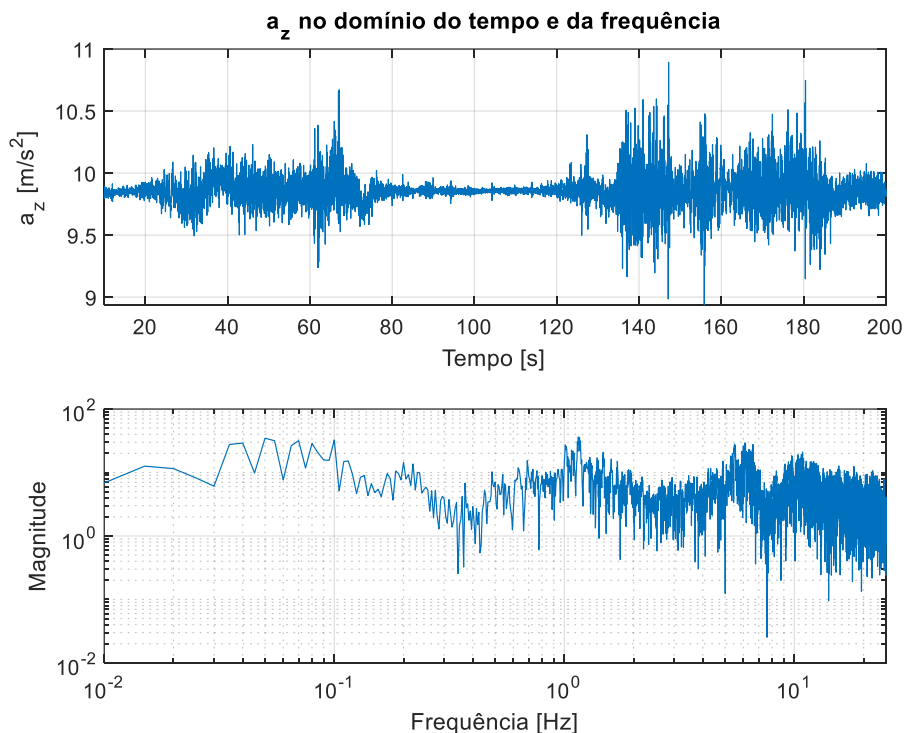


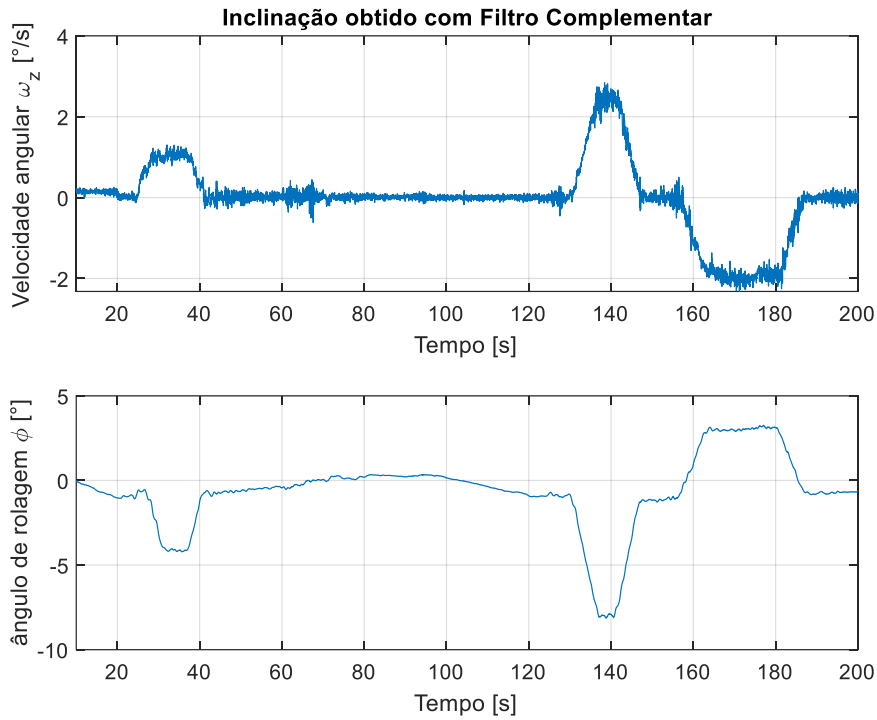
Figura 13 - Aceleração em z no tempo e na frequência



O que pode ser observado dos sinais é que inicialmente a frequência de balanço lateral e vertical podem ser utilizadas para analisar conforto veicular, em ambos os sinais se observou uma frequência dominante acima de 1 Hz que por comparação com o modelo teórico se deduz de que se trata de frequências naturais. Tais frequências aferidas correspondem a 1,14 Hz em y e 1,17 Hz em z. Porém, para o foco desse trabalho, será analisado o ângulo de inclinação.

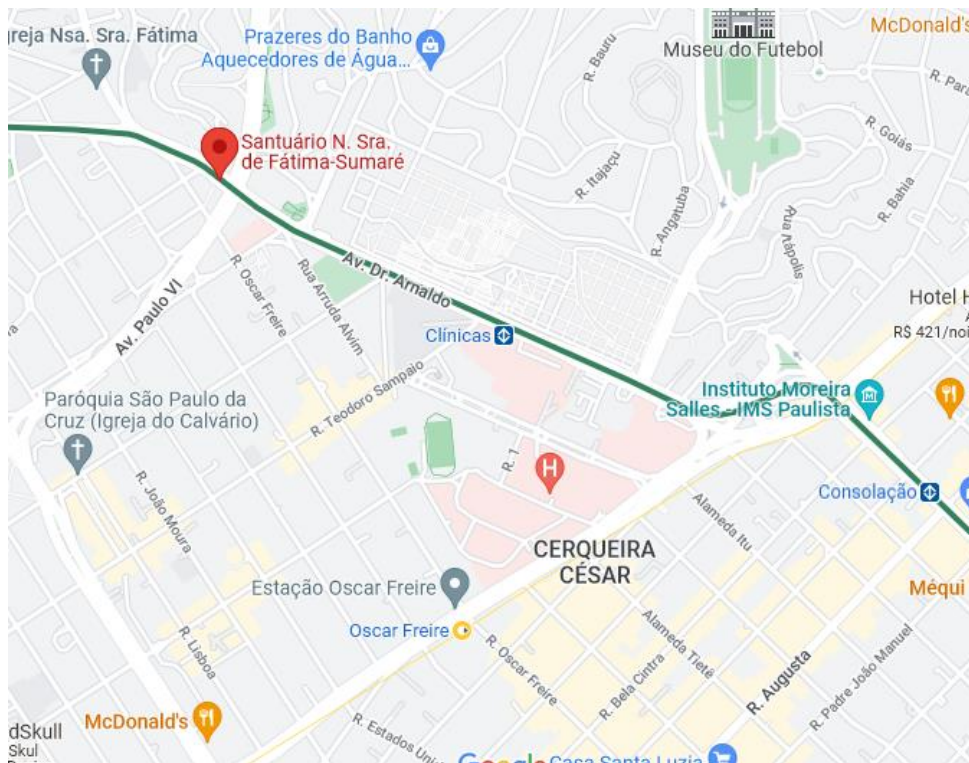
A figura 14 abaixo mostra a velocidade angular no eixo Z e seu respectivo temporal ângulo de inclinação obtido com o filtro complementar durante uma trajetória de duas estações da linha verde de metrô da cidade de São Paulo, entre as estações Sumaré e Paulista.

Figura 14 - Inclinação (rolagem) obtido com filtro complementar



A figura 15 por outro lado, mostra no mapa o percurso percorrido e como as curvas no mapa ocorrem quando há ângulo de rolagem diferente de zero, dessa forma o experimento evidencia a utilidade do filtro complementar monitoramento da atitude veicular.

Figura 15 – Percurso da linha verde do metrô de São Paulo percorrido



Fonte: Google (2023)

Se observa primeiramente que quando há curvas também há inclinação do vagão para o lado

correspondente. Também se observa que existe um pequeno *offset* devido a posição do sensor no trem, como o sensor foi instalado em uma cadeira levemente inclinada há pequenas amplificações. O ângulo máximo aferido em módulo (com erros de medida) foi de $7,9^\circ$ durante uma curva mais acentuada.

A grande vantagem da aplicação é que o monitoramento da atitude do trem pode ser feito a baixo custo com um aplicativo de celular.

5 Controle

Para garantir a segurança veicular e dentro do escopo deste trabalho, é sugerido um sistema de controle para evitar que ocorra o fenômeno de tombamento. Para isso dois atuadores do tipo linear eletromagnético são instalados no veículo entre o vagão e o truque que atua nos deslocamentos laterais deles (ou seja, y_1 e y_2) diminuindo a amplitude e número de oscilações do ângulo de rolagem, impedindo que o ângulo de rolagem entre em seu valor crítico de iminência de tombamento. Esse sistema de controle foi proposto inicialmente por Park (2019). Os conceitos de controlabilidade e observabilidade do sistema introduzidos por Kalman são necessários para a exequibilidade de um algoritmo de controle adequado, tópicos que serão discutidos nos itens abaixo. Esse algoritmo é então implementado no sistema lateral, discutido no capítulo 2.

5.1 Seleção do atuador

O atuador deve agir com a finalidade de diminuir vibrações laterais do vagão, dessa forma mantendo o ângulo de rolagem em condição da estabilidade. Sistemas com AVS (Active Vertical Suspension) são frequentemente encontrados em carros de passeio para criar situações de conforto durante o transporte de passageiros, este trabalho utiliza um ALS (Active Lateral Suspension) para finalidade de manter o veículo seguro. Para que o veículo permaneça com ângulo de rolagem controlado, um atuador é instalado no trem diminuindo vibrações laterais (PARK et al., 2019).

Entre os tipos de atuadores existentes para o problema é possível citar atuadores hidráulicos, pneumáticos, eletromagnéticos e eletromecânicos, cada um contendo suas características e diferentes condições de operação. Atuadores eletromecânicos costumam ser volumosos e por isso pouco práticos para espaços menores, consistem basicamente em um mecanismo motor-parafuso convertendo rotação em translação, como possuem muitas peças eles necessitam constantemente de manutenção. Atuadores eletromagnéticos possuem poucas peças e amplas frequências de funcionamento, no Japão são usados para substituir atuadores pneumáticos. Atuadores hidráulicos possuem como principal vantagem a velocidade de resposta e a alta força que conseguem exercer enquanto atuadores pneumáticos são relativamente baratos pois já usam peças existentes no trem (PARK et al., 2019).

Devido a essas características o atuador que possui melhor condição de resolver o problema são os atuadores eletromecânicos e eletromagnéticos que são capazes de operar em mais frequências que os pneumáticos e hidráulicos. O local de instalação dos atuadores será entre o truque e o vagão de tal forma que possa agir nas variáveis y_1 e y_2 do sistema lateral para controlar o ângulo de rolagem ϕ . A Figura 16 abaixo ilustra um atuador eletromagnético.

Figura 16 - Atuador



Fonte: Park et al (2019, p.11)

Vale ressaltar que a condição de operação do algoritmo de controle é para o caso em que o sistema não perdeu contato com o chão ainda, ou seja, se deseja o evitar que ϕ atinja ϕ_{cr} .

5.2 Análise de Observabilidade

Um sistema é dito observável em t_0 quando em $x(t_0)$ é possível obter $y(t_0)$, isso se traduz no momento que o posto da matriz de observabilidade dada pela equação 36 é igual ao número de linhas n do vetor \vec{x} , ou seja, igual ao número de variáveis de estado necessárias para descrever o sistema (OGATA, 2010).

$$[\text{Obs}] = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (36)$$

Para o sistema que será controlado, temos que o posto da matriz de observabilidade é igual a 6, coincidindo com o número de variáveis de estado, logo, o sistema é observável.

5.3 Análise de controlabilidade

Um sistema é dito controlável em t_0 se no instante de tempo t_0 for possível transferir o estado $x(t_0)$ para $x(t_0+dt)$ onde dt é um tempo infinitesimal. Matematicamente isso se traduz quando a matriz de controlabilidade representada na equação 37 possui o posto igual o número n de variáveis de estado do sistema (OGATA, 2010).

$$[\text{Contr}] = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (37)$$

Para o sistema que será controlado, temos que o posto da matriz de controlabilidade é igual a 6, coincidindo com o número de variáveis de estado, logo, o sistema é controlável.

5.4 Controle linear quadrático

O Controle Linear Quadrático (LQR, Linear-Quadratic Regulator) possui uma vantagem sobre a imposição de polos porque se trata de uma forma sistemática se obter a matriz de ganhos de controle $[K_C]$. A matriz de ganhos de controle $[K_C]$ é obtida através de um processo de otimização com *cost function* representada pela equação 38 onde as matrizes $[Q]$ e $[R]$ são utilizadas pelo engenheiro para determinar a importâncias do erro e dos recursos energéticos utilizados pelos atuadores.

$$J = \int_{T_i}^{T_f} (\vec{x}^T [Q] \vec{x} + \vec{u}^T [R] \vec{u}) dt \quad (38)$$

Como pode ser observado na matriz representada pela equação 39 foi dado mais peso para o controle da dinâmica do vagão e não para a do truque. Além disso, foi utilizado uma variável L_C para converter a grandeza do ganho do ângulo para corresponder a do ganho das posições laterais. $K_G = 5$ se trata do ganho de controle, calibrado para se obter um bom desempenho em minimizar oscilações e ângulo máximo de rolagem assumido pelo vagão.

$$[Q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5K_G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_G L_C \end{bmatrix} \quad (39)$$

A matriz [R] por sua vez foi considerada como uma matriz diagonal dando pesos baixos a utilização dos atuadores.

$$[R] = \begin{bmatrix} 0.1K_G & 0 & 0 \\ 0 & 0.1K_G & 0 \\ 0 & 0 & 0.1K_G \end{bmatrix} \quad (40)$$

Utilizando o Matlab de obtém a matriz de ganhos de controle representada na equação 41 e a derivada do estado do sistema pode ser obtido substituindo 41 em 10, representada pelas equações 42 e 43, conforme abaixo:

$$\vec{u}(t) = -[K_C]\vec{x} \quad (41)$$

$$\vec{\dot{x}} = [A]\vec{x} - [B][K_C]\vec{x} \quad (42)$$

$$\vec{\dot{x}} = ([A] - [B][K_C])\vec{x} \quad (43)$$

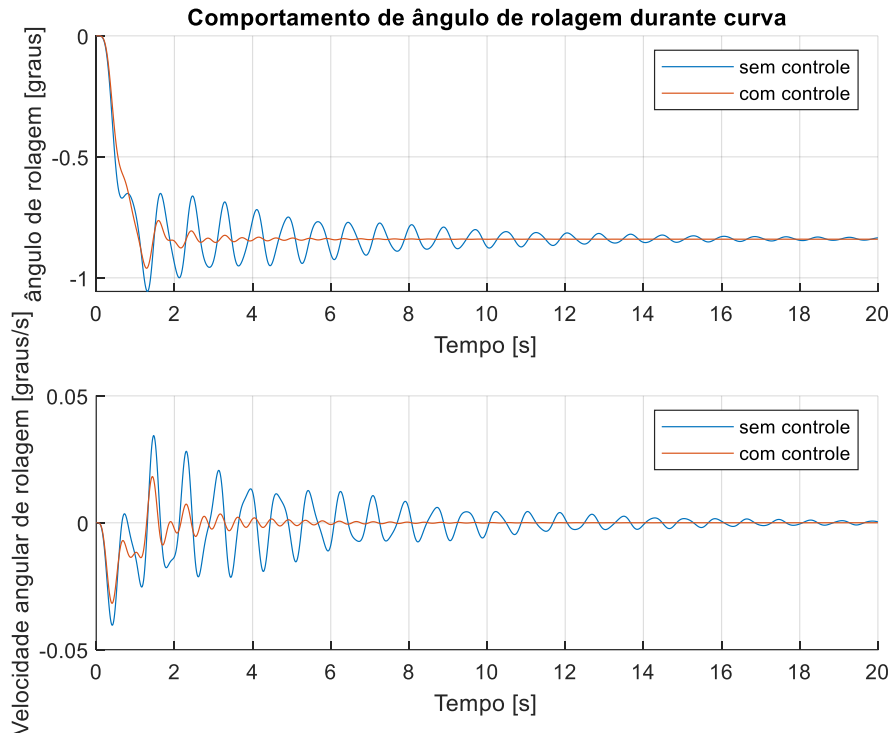
Simulando o sistema em uma curva de com raio de 100 m e com o trem com uma velocidade de 22 m/s, se obtém uma aceleração centrípeta de 4,84 m/s². Contudo, considerando uma espiral de Euler para modelar a aceleração, é possível obter as seguintes equações:

$$a(t) = V^2/(R_0/t), t < 1 \quad (44)$$

$$a(t) = V^2/(R_0), t \geq 1 \quad (45)$$

Tal que $R_0 = 100m$ e $V=22m/s$. Com isso se obtém uma simulação mais fidedigna com um formato mais próximo a uma curva real ao invés de utilizar uma aceleração lateral constante. Uma situação de curva é utilizada para avaliar o sistema de controle pois esse é um caso crítico para a segurança veicular, onde o trem atinge maiores ângulos de rolagem, conforme introduzido no capítulo 4 deste trabalho. A simulação comparando o sistema com e sem controle é esboçada na figura 17 abaixo.

Figura 17 - Comportamento do ângulo de rolagem durante curva



Tanto as oscilações quanto o ângulo de rolagem máximo atingido durante uma curva apertada foram reduzidos quando introduzido o controle do sistema. As oscilações 1,26 Hz que eram dissipadas por volta de 17s passaram a ser dissipadas por volta de 4s. Além disso, mais importante para análise de segurança, o ângulo de rolagem máximo em módulo foi de $1,05^\circ$ para $0,96^\circ$, representando uma redução de aproximadamente 8%. Esses dois fatos contribuem significativamente para aperfeiçoamento da segurança no tráfego.

6 Conclusão

Este trabalho estuda o comportamento dinâmico de veículos sobre trilhos que pode ser descrito através de equações diferenciais com o objetivo de monitorar o comportamento dinâmico do veículo e aprimorar a segurança no tráfego.

Aplicando a equação da Lagrange para modelar o sistema veicular de um vagão, foram considerados determinados vínculos como hipóteses que culminaram com o modelo tendo como hipótese fundamental velocidade de translação constante. Esse modelo é suficiente para estudar o fenômeno de tombamento, onde o veículo atinge um ângulo crítico e então não consegue mais voltar a condição inicial. Os resultados dos estudos dinâmicos foram um modelo representando o comportamento lateral do sistema, onde simulando numericamente ambos foi possível identificar suas respectivas frequências naturais e seus modos de vibrar. Além disso, de posse das equações de movimento da dinâmica lateral do veículo foi possível identificar um ângulo crítico máximo analiticamente o qual o veículo não pode ultrapassar de aproximadamente 40° , para um fator de segurança igual a 2, o ângulo não pode ultrapassar 20° sob nenhuma hipótese.

Neste trabalho também foi desenvolvido um aplicativo de monitoramento veicular capaz de amostrar com uma frequência de 50 Hz sinais simultaneamente do acelerômetro e do giroscópio presentes no chip IMU de qualquer *smartphone* moderno. Para isso foi utilizado o MIT App Inventor como plataforma de desenvolvimento do aplicativo que salva os dados na memória do dispositivo e então exporta para o email do usuário. A análise posterior se deu em obter o ângulo de rolagem de um metrô da linha verde da cidade de São Paulo em função do tempo utilizando a técnica de filtro complementar para fundir os sinais do acelerômetro e do giroscópio. O sinal foi capturado com o

aplicativo desenvolvido. O monitoramento além de ampliar o espectro de resultados deste trabalho também pode futuramente ser implementado no sistema de controle em tempo real em um sistema físico em trabalhos futuros.

Por fim, para evitar tombamento do vagão e dessa forma melhorar a segurança do tráfego o sistema de controle sugerido utiliza dois atuadores eletromagnéticos que agem lateralmente no vagão, dessa forma, reduzindo o ângulo de rolagem máximo observado durante uma curva apertada com raio de 100 m e velocidade de 22 m/s. Foi utilizando um algoritmo de controle ótimo LQR que tem a principal vantagem de se obter a matriz de ganhos de controle de forma sistemática em oposição a alocação de polos. Além disso, é possível dar pesos as variáveis que se deseja controlar e ao uso dos atuadores, no caso do sistema lateral o objetivo é minimizar tanto a amplitude quanto as oscilações do ângulo de rolagem do vagão.

A curva foi modelada como uma espiral de Euler em função do tempo, onde abaixo de 1 s a curvatura se dava por $c = t/R_0$ com R sendo o inverso da curvatura e acima de 1s é $R = R_0 = 100$. Com o sistema de controle proposto a amplitude máxima do ângulo diminuiu em 8% e o tempo para atingir regime permanente foi de 17 s para 4 s aproximadamente. Os resultados obtidos no sistema de controle foram excelentes sendo capaz de diminuir significativamente o risco de acidentes.

Para futuros estudos é necessário continuar o desenvolvimento do sensor de monitoramento de forma nativa para *smartphone* com o objetivo de obter frequências de amostragem acima de 100 Hz. O sensor deveria ser implementado em tempo real e com um sistema físico e avaliar o desempenho do sistema de controle empiricamente. Com os resultados atuais é possível obter a potência necessária dos atuadores, porém, não foi calculado também deixado para futuros trabalhos. O sistema dinâmico tem como hipótese fundamental no modelo a velocidade constante do veículo, a implementação em um sistema real exigiria um sistema mais abrangente com mais graus de liberdade, mas foge do escopo deste trabalho.

REFERÊNCIAS

AHMAD N.; GHAZILLA, R.A.R; KHAIRI N.M. Reviews on Various Inertial Measurement Unit (IMU) Sensor Applications. Dept. Of Electrical Engineering, University of Malaya. International Journal of Signal Processing Systems Vol. 1, No. 2 December 2013.

ANDERSON, R.T., BARKAN, C.P. Derailment Probability Analyses and Modeling of Mainline Freight Trains. **Inproc., 8Th International Heavy Haul Railway Conference**, Rio de Janeiro, Brasil, jun. 2005.

ANTF (org.). **Densidade das Malhas Ferroviárias**, 2018. Disponível em: <https://www.antf.org.br/informacoes-gerais/attachment/densidade-da-malha-ferroviaria/>. Acesso em: 17 jun. 2022.

ANTUNES, C. **Geografia do Brasil**. São Paulo: Scipione, 1993.

APARNA, G.J; KAMAL, C.; RAJESH, N.M. IMU Based Attitude Estimation Using Adaptive Complementary Filter. IEEE International Conference on Communication information and Computing Technology (ICCICT), 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICCICT50803.2021.9510153.

BARBOSA, R.S. Notas de aula: Equações dinâmicas de Movimento espacial para corpos rígidos utilizando um referencial móvel. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Departamento de Engenharia Mecânica, São Paulo, [201-].

BARBOSA, R.S. Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos. 1999.

BARBOSA, R.S. Notas de aula: Dinâmica Veicular – Quatro GL Excitação pela base. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Departamento de Engenharia Mecânica.

CAMPOS NETO, Carlos Alvares da Silva. Reflexões sobre Investimentos em Infraestrutura de Transporte no Brasil. **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**. Brasília, 2016.

CSX (org.). **Railroad Equipment**. Disponível em:

<<https://www.csx.com/index.cfm/customers/resources/equipment/railroad-equipment/>>. Acesso em: 17 set. 2022.

GOOGLE. **Google Maps**. 2023. Disponível em: <https://www.google.com/maps>. Acesso em: 31 fev. 2023.

KING, A.D. Inertial Navigation - Forty Years of Evolution. 140 GEC REVIEW, Vol. 13, No. 3, 1998.

MATLAB (org.). **Accelerometer**. Disponível em:

<https://www.mathworks.com/help/supportpkg/android/ref/accelerometer.html>. Acesso em: 19 nov. 2022.

MIT App Inventor Lista de Tutoriais para desenvolver aplicações. Disponível em

<<https://appinventor.mit.edu/explore/ai2/tutorials>>. Acesso em 1 de Maio de 2022.

PARK, J. *et al.* A practical approach to active lateral suspension for railway vehicles.

Measurement And Control, [s. l], v. 52, n. 9-10, p. 1195-1209, nov. 2019.

RAMALHO, P.R.A.M. **O novo marco regulatório das ferrovias brasileiras**. Disponível em:

<https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/conjur/o-novo-marco-regulatorio-das-ferrovias-brasileiras>. Acesso em: 17 jun. 2022.

RAO, S.S. Mechanical Vibrations 5th ed. University of Miami. 2004.

OGATA, Katsuhiko. **Modern Control Engineering**. 5. ed. New Jersey: Pearson, 2010.

Title – Model and control of vehicle dynamics and monitoring of attitude and performance

Abstract – This text begins with the statement of the problem and the objective of proposing a method of controlling and monitoring vehicles on rails in order to improve the safety of the railroad car against overturning. With that in mind, the vehicle was modeled using principles of Newton-Euler and Lagrangian mechanics, the model represents the lateral dynamics of the train. With the model in hand, the system is studied by observing its behavior in the time and frequency domains, making it possible to identify their respective natural frequencies and normal modes. To solve the monitoring problem, an application was developed with MIT App Inventor with the intention of taking advantage of the IMU chip present in all modern smartphones. The application manages to save the information in the device's memory and then export the gyroscope and accelerometer signals, with these signals it is possible to use a complementary filter to measure the roll angle with greater precision. Therefore, with the dynamic model and the monitoring system, an LQR control system is proposed with two electromagnetic actuators acting on the railroad car and bogie, laterally, in order to keep the car roll angle controlled, avoiding overturning of the train. The controlled system is then evaluated at steady state during a curve and the results are discussed.

Keywords – Dynamics, Optimal Control, Monitoring, Railroad Vehicles.



Matheus José Oliveira dos Santos Dias, formado em engenharia mecânica com ênfase em aeronáutica pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, possui experiência com modelagem matemática e física de problemas de engenharia, ciência da computação, construção de protótipos e desenvolvimento de produto. Trabalha a mais de 3 anos com Engenharia de Software, realizando desenvolvimento e manutenção de softwares escaláveis com código limpo, em especial sistemas para engenharia de dados e engenharia de Machine Learning.