ELABORAÇÃO GRÁFICA DE CARTA DE CLASSES DE DECLIVIDADES DE VERTENTES (*)

Marília Barros de Aguiar
Paulo Cesar Lopes Kreling (**)

1. Introdução

O presente trabalho visa explicar as bases e sintetizar os procedimentos de cálculos para a realização de uma carta de classes de declividades de vertentes (em graus ou porcentuais) em qualquer escala, a partir de uma carta topográfica em curva de nível.

Algumas considerações prévias são necessárias a propósito das características e limitações próprias ao documento que servirá de base para a representação das clases de declividade.

Assim, numa carta topográfica qualquer, uma curva de nível corresponde a uma linha que une pontos com altitudes semelhantes no terreno. Quando a equidistância entre as curvas é de 20 metros, significa que cada curva assinala, no terreno, altitudes que se acham aproximadamente 20 metros acima ou abaixo da curva contígua. Como decorrência, quanto mais espaçada forem as curvas, menor será a declividade do setor e vice-versa.

A partir dessas primeiras, é possível assinalar numa carta topográfica em qualquer escala, através de uma avaliação puramente visual (qualitativa) da variação do espaçamento planimétrico entre as curvas, os segmentos de vertentes cujos declives seriam classificados em 'grandes', 'médios' e 'pequenos'.

Entretanto, enquanto numa região 'plana' a suavemente ondulada, um gradiente de 20° pode significar um setor de 'grande' declividade, numa região de montanha tal gradiente poderá corresponder a um patamar 'suavemente' inclinado.

Assim, uma primeira necessidade de quantificação dos valores das vertentes advem da necessidade de homogenização de linguagem, para que duas ou mais áreas distintas sejam comparáveis no que respeita às declividades de suas vertentes.

Além disso, há trabalhos que, em si mesmos, necessitam de melhor precisão na qualificação dos gradientes. A precisão de linguagem numérica que substituirá a linguagem qualitativa é função dos objetos que se quer alcançar com a elaboração da carta de declividades; mas, principalmente — e este é um dos aspectos limitantes — é função do fator ou fidelidade da carta topográfica escolhida ou de que se dispõe.

Há maiores probabilidades de uma carta representar mais fielmente a realidade topográfica quanto maior a sua escala e menor a equidistância entre as curvas.(1) As grandes escalas (1/5.000; 1/10.000...) são as que possibilitam as menores equidistâncias entre as curvas, menores distorções

(*) — Entregue para publicação em 18/05/82.
(**) — Respectiбamente, Profa. Assistente do Departamento de Ciências Ambientais e Auxiliar de Ensino do Departamento de Cartografia IPEA — UNESP.
(1) — não serão discutidos o erro ou habilidade humana do topógrafo/cartógrafo, já que são fatores a serem considerados nesta como em qualquer outra atividade.

ou generalizações da realidade, e, portanto, um maior detalhamento das características topográficas do terreno. Em contrapartida, à medida que as escalas diminuem, mesmo considerando terrenos poucos acidentados, menor é a possibilidade de curvas detalhadas e com equidistâncias reduzidas.

Além do mais, comumente as curvas de nível não correspondem às faixas de mudanças de gradientes nas vertentes, e, para trabalhos de planejamento de uso e ocupação do solo, estudos da dinâmica de evolução da superfície, além de outros, as variações abruptas de declive, bem como os comprimentos e as formas das vertentes são de importância primordial. São fatores que, relacionados à natureza do substrato, espessura e natureza do recobrimento detrítico, e características florísticas, comandam a quantidade e velocidade da infiltração e do escoamento superficial das águas pluviais. Em última análise, são consequência e causas das marchas e contramarchas da morfogênese desencadeada pelo clima.

Enfim, quanto menor for a escala da carta, e/ou mais ecidentada for a superfície, mais generalizada e menos precisa será a representação constante na mesma. Isto porque a espessura em escala da linha que representa a curva de nível, corresponde sempre a uma faixa contígua de alguns metros no terreno; faixa esta que será tanto mais larga quanto menor for a escala, e/ou quanto maior for o declive da vertente sobre a qual a curva se acha plotada (efeito de 'sombra').

Concluindo a explanação anterior, ao se optar pela elaboração de uma carta de classes de declividades, há que se ter em mente, de modo bem claro, a seguinte:

a) os objetivos para os quais se propõe tal documento. A quantificação dos valores das vertentes poderá ter como objetivo especulações em torna do tema em si (isto é, uma descrição numérica da declividade), ou, poderá servir como um documento de correlação e análise explicativa de outros aspectos da realidade (geologia, solos, dinâmica das águas, etc.);

b) as limitaçáes inerentes ao documento de base de que se dispõe (isto é, a carta topográfica) que podem ser: limitações de escala, de equidistância de curvas de nível, ou ambos. Essas limitações interferirão na qualidade do documento final e, portanto, na estensão das suas possibilidades de uso e de correlação;

e c) a veracidade ou exatidão da carta elaborada. Quaisquer que sejam as cartas, mas, principalmente, as elaboradas por métodos gráficos em gabinete, jamais substituem ou contêm a verdade total ou exata de campo. Na maior parte dos casos procuram ressaltar, com maior ou menor precisão, aspectos da realidade natural passíveis de serem colocados em evidência ou classificados.

2. Elaboração da Carta de Classes de Declividades

Esta se inicia pela escolha das classes de declividades que se quer representar, as quais, em primeiro lugar, devem ser estabelecidas em graus (principalmente nos casos em que a carta resultante irá servir como documento de correlação direta ou indireta com processos de dinâmica morfogenética). Somente após isto esses valores deverão ser convertidos em dados percentuais.

A questão fundamental para e elaboração propriamente dita da carta é: quais tamanhos deverão ter os segmentos que limitarão cada classe de declividade entre as curvas de nível?

Para obter resposta a esta questão deverão ser considerados os seguintes elementos:

a) equidistância entre as curvas

b) espaçamento planimétrico entre as curvas

c) os valores limites das classes de declividades que se quer representar

d) escala da carta

2.1. Cálculo dos tamanhos dos segmentos limites das classes (em graus)

Tomemos como base de raciocínio os dados de uma carta topográfica hipotética, em escala de 1:20.000, com curvas equidistantes 20 metros, onde serão representadas as seguintes classes de declividades:

— menor que 5^{o}
— de 5^{o} a 10^{o}
— de 10^{o} a 20^{o}
— maior que 20^{o}

1º Caso: Serão, então, calculados os tamanhos dos segmentos que, entre duas curvas de nível, equivalerão a 5^{o}, 10^{o} e 20° de inclinação.

A projeção de uma seção qualquer entre duas curvas de nível, resulta num triângulo retângulo (fig. 1a), cujos elementos são:

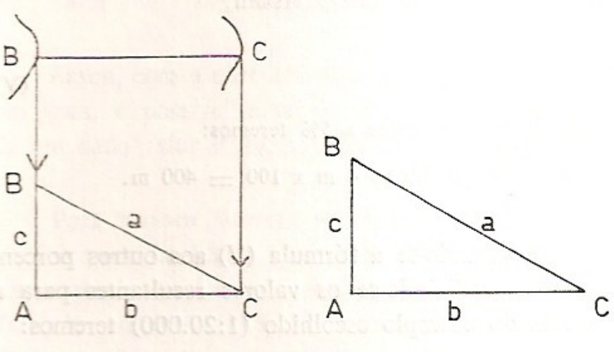


Fig. 1a   Fig 1b

A $= 90^{0}$;
B $= 90^{0} - C$;
C $= 90^{0} - B$ (o valor de C neste caso é previamente estabelecido.)
a = superfície inclinada do terreno;
b = espaçamento planimétrico entre as curvas de nível (valor a ser calculado);
c = desnível ou equilistância entre as curvas de nível.

A partir da razão trigonométrica:

$$\text{tg } C = \frac{c}{b} = \frac{\text{medida (cateto oposto a C)}}{\text{medida (cateto adjacente a C)}}, \quad \text{(I)}$$

temos: $$b = \frac{c}{\text{tg } C} \quad \text{(II)}$$

A aplicação direta da fórmula (11) permite obter os tamanhos dos segmentos limites das classes de declividades.

isto é, para:
$c = 20$ m e
$C = 5^{0}$
obtemos;

$$b = \frac{c}{\text{tg } C} = \frac{20\text{m}}{\text{tg } 5^{0}} = \frac{20 \text{ m}}{0{,}08749}$$
$$b = 228{,}596 \text{ m}$$

Para uma carta com escala de 1:20.000, o tamanho do segmento entre as curvas, equivalente a um declive de 5^{o}, é igual a **11,43 mm.**

Calculando-se, ainda, os valores de *b* para inclinações de 10^{o} e 20^{o} sucessivamente, teremos:

Tabela 1

C	b (m) (terreno)	b (mm) (carta)
5^{0}	228,598	11,43
10^{0}	113,424	5,67
20^{0}	54,950	2,75

Note-se que os tamanhos de b (m ou mm) calculados não estão em ordem decrescente segundo uma razão fixa, ainda que as declividades apresentem um crescimento homogêneo onde cada valor equivale ao dobro do precedente. Tais discrepâncias acentuam-se à medida que se trabalha com valores de declives (Tabela 7). Assim, as aproximações ou arredondamento das casas decimais (em metros ou milímetros) só deverão ser feitas após todos os cálculos efetuados, e, considerando sempre o grau de precisão que se busca.

Em função do exposto, somente após os cálculos para a obtenção dos valores de *b* ou dos ângulos correspondentes em graus, os mesmos deverão ser recalculados em porcentagem.

2º Caso (ver fig. 1b): quando uma determinada distância entre duas curvas é conhecida e procura-se o valor do ângulo de inclinação correspondente, isto é, quando valor de *b* é conhecido e procura-se o valor de *C*

A partir de (I), ou seja,

$$tg\ C = \frac{c}{b},$$

temos:

$$C = arc\ tg\ \frac{c}{b} \qquad : \qquad (III)$$

Empregando os valores numéricos medidos ou calculados, isto é;

$c = 20$ m, e
$b = 54,95$ m, temos:

$$C = arc\ tg\ \left(\frac{20}{54,95\ m}\right) = arc\ tg\ (0,36397)$$

$$C = 19^{o}\ 59'\ 59'' \simeq 20^{o}$$

2.2. Cálculo dos valores dos ângulos e dos segmentos limites das classes em porcentagens.

1º Caso: Utilizando, ainda, os valores numéricos de C e b da tabela 1, e sendo c igual a 20 m, é possível determinar a porcentagem (P) de declividade. Para tal, calcula-se a razão entre a equidistância (c) e o espaçamento horizontal (b) entre as curvas de nível, obtendo-se:

$$P = \frac{c}{b} \times 100 \qquad (IV)$$

Assim, para $C = 5^{0}$, temos:

$$P = \frac{20\ m}{220,596\ m} \times 100 = 0,08749 \times 100 = 8,75$$

$5^{0} = 8,75\%$ de declive

Aplicando-se a fórmula (IV) aos valores dos ângulos considerados, teremos:

Tabela 2

C	P
5^{0}	8,75%
10^{0}	17,63%
20^{0}	36,40%

2º Caso: Neste caso a partir de limites de declividades pré-escolhidas em porcentagem, procura-se estabelecer os tamanhos que deverão ter os segmentos de referência que servirão de limites gráficos às ditas classes, isto é, o valor *b* do triângulo.

Como exemplo, sejam os limites de 5%, 10% e 20% nas seguintes classes:

— menor que 5%
— de 5% a 10%
— de 10% a 20%
— maior que 20%

Calcula-se, então, a relação existente entre a equidistância das curvas e a porcentagem de declive, a partir de (IV). Assim,

$$b = \frac{c}{P} \times 100 \qquad (V)$$

Para b correspondente a 5% teremos:

$$b = \frac{20m}{5} \times 100 = 4\ m \times 100 = 400\ m.$$

Aplicando-se a fórmula (V) aos outros porcentuais e, redizindo-se os valores resultantes para a escala do exemplo escolhido (1:20.000) teremos:

Tabela 3

P	b (m)	b (mm)
5%	400	20
10%	200	10
20%	100	5

Pode-se notar que, quando os porcentuais de inclinação das vertentes crescem numa razão definida, os tamanhos dos segmentos correspondentes aos mesmos decrescem nesta mesma razão.

3º *Caso:* quando os tamanhos de *b* forem calculados diretamente a partir de valores porcentuais, faz-se necessário calcular os valores em graus equivalentes aos mesmos, ou seja, os valores de C. Pela fórmula (III), temos que:

$$C = \text{arc tg}\ \frac{c}{b}$$

Assim, para:
P = 5%
b = 400 m, e,
c = 20 m,
teremos:

$$C = \text{arc tg}\ \frac{20}{400} = \text{arc tg}\ (0{,}05)$$

$$C = 2^{0}\ 52'$$

Com a aplicação de (III) também para os outros valores porcentuais, obtém-se:

Tabela 4

P	C
5%	2^{0} 52' (por acréscimo)
10%	5^{0} 43' (por acréscimo)
20%	11^{0} 19' (por acréscimo)

Assim, com a obtenção dos valores dos declives em grau, é possível concluir que, ao dobro exato de um dado valor P não equivale o dobro de C.

Para melhor ilustrar as afirmações feitas até aqui e, para facilitar a realização de cartas elaboradas a partir da declividade em graus, anexamos ao final do trabalho a tabela &, onde se acham assinalados nas colunas da esquerda para a direita:

— valor do declive em graus inteiros (C);
— valor de sua tangente (tg C);
— declividade em porcentagem (P), e
— espaçamento horizontal das curvas de nível (b) em metros no terreno.

Nesta tabela foram considerados intervalos de variação de 1º para o declive, e equidistância das curvas de nível (c) igual a 100 metros.

Os cálculos a serem efetuados para obtenção de outros valores de *b* em função da variação de *c* a partir dos dados constantes nessa tabela, bem como a transformação dos resultados para diferentes escalas, acham-se explicados ao seu final.

2.3. Desenho da Carta de Classes de Declividades

Nesta fase a partir dos valores calculados, serão traçados, entre as curvas de nível da carta topográfica escolhida, os limites das classes de declividades.

Tomemos, ainda, como exemplo, uma carta hipotética em escala de 1:20.000, com curvas aquidistantes 20 metros, onde se quer fazer representar as seguintes classes:

— menor que 5%
— de 5 a 10%
— de 10 a 20%
— maior que 20%

Para tais classes podemos utilizar os dados anteriores, reunidos na tabela a seguir do seguinte modo:

Tabela 5

P	C	b(m)	b(mm)
5%	$2^{0}52'$	400	20
10%	$5^{0}43'$	200	10
20%	$11^{0}19'$	100	5

Com os valores de *b* (mm) equivalentes a cada P, C ou *b* (m), contrói-se uma 'régua' de referencia que utilizar-se-á para o desenho dos limites das classes.

Como sugestão propõe-se que, sobre uma tira de papel poliester transparente, com aproximadamente 2,5 x 8,0 cm, sejam marcados a nanquim, ao meio da tira e numa das bordas, os tamanhos dos segmentos equivalentes a P; prolongam-se essas marcas por um traço bem fino, perpendicular à borda A da 'régua', como feito na fig. 2.

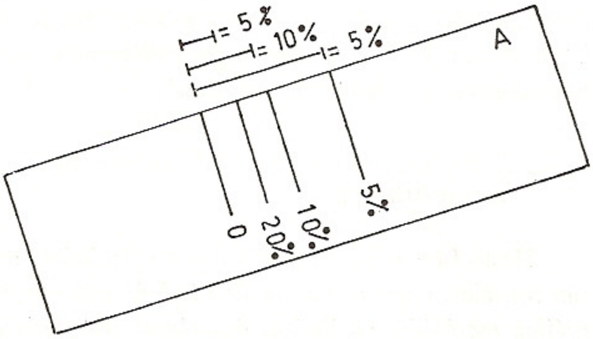


Fig. 2

A distância entre cada traço e a linha de referência zero é que indica, na borda *A*, o tamanho dos segmentos calculados e, como consequência, os intervalos de classes compreendidas entre os valores P de declividade.

Para a delimitação das classes entre duas curvas de nível, desloca-se a borda *A* da régua o mais perpendicular possível às duas curvas consideradas. Com isto estar-se-á, sempre, sobre as linhas de maior declive entre ambas. Esse deslocamento deverá ser feito de modo que a linha zero corresponda à curva de menor cota e, à medida que a curva de cota mais alta coincida o mais exato possível com as outras marcas da 'régua', os segmentos de reta equivalentes a essas distâncias deverão ser traçados entre as curvas (fig. 3).

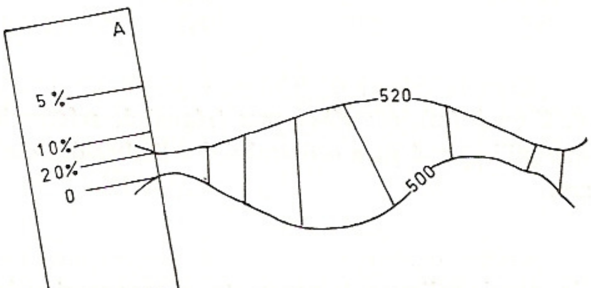


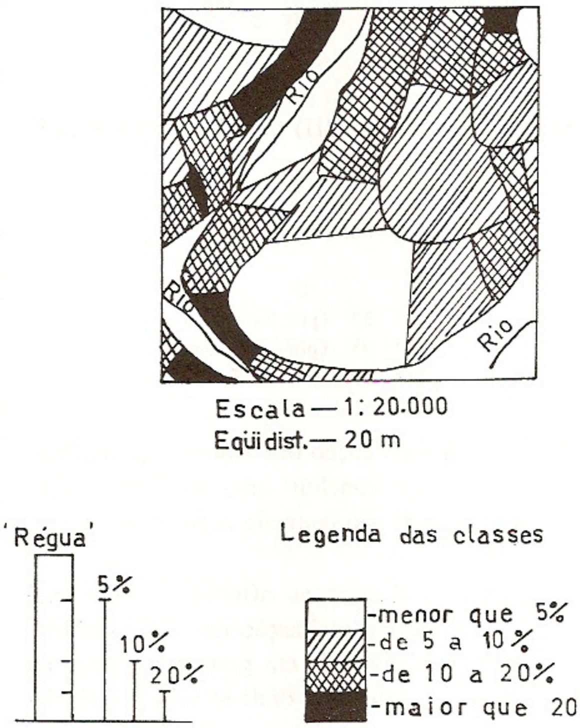
Fig. 3

Este procedimento permite estabelecer os setores entre as curvas de nível cujas classes de declividades, no exemplo escolhido, corresponderão às seguintes variações de *b:*

Tabela 6

> 20 mm	< 5%
de 20 a 10 mm	de 5 a 10%
de 10 a 5 mm	de 10 a 20%
< 5 mm	> 20%

Fig. 4



Após a demarcação dos limites das classes de declividades entre as curvas, cada setor deverá ser assinalado por uma cor ou trama previamente escolhida para tal, conforme o exemplo hipotético da figura 4.

Tabela 7

C (°)	tg C	P (%)	Valor b (m) para c = 00 m	C (°)	tg C	P (%)	Valor b (m) para c = 100 m
1	0.01746	1,75	5727,377	48	1:11061	111,1	90,041
2	.03492	3,49	2863,688	49	1.15037	115,0	86,929
3	.05241	5,24	1908,033	50	1.19175	119,2	83,910
4	.06993	6,99	1430,001	51	1.23490	123,0	80,978
5	.08749	8,75	1142,988	52	1.27994	128,0	78,129
6	.10510	10,51	951,475	53	1.32705	132,7	75,355
7	.12278	12,28	814,465	54	1.37638	137,3	72,654
8	.14054	14,05	711,541	55	1.42815	142,8	70,021
9	.15838	15,84	631,393	56	1.48256	148,3	67,451
10	.17633	17,63	567,118	57	1.53986	154,0	64,941
11	.19438	19,44	514,456	58	1.60034	160,0	62,487
12	.21256	21,26	470,455	59	1.66428	166,4	60,086
13	.23087	23,09	433,144	60	1.73205	173,2	57,735
14	.24933	24,93	401,075	61	1.80405	180,4	55,431
15	.26795	26,79	373,204	62	1.88073	188,1	53,171
16	.28675	28,68	348,736	63	1.96261	196,3	50,953
17	.30573	30,57	327,086	64	2.05030	205,0	48,773
18	.32492	32,49	307,768	65	2.14451	214,5	46,631
19	.34433	34,43	290,419	66	2.24604	224,6	44,523
20	.36397	36,40	274,748	67	2.35585	235,6	42,448
21	.38386	38,39	260,512	68	2.47508	247,5	40,403
22	.40403	40,40	247,506	69	2.60509	260,5	38,386
23	.42447	42,45	235,588	70	2.74748	274,8	36,397
24	.44523	44,52	224,603	71	2.90421	290,4	34,433
25	.46631	46,63	214,450	72	3.07768	307,8	32,492
26	.48773	48,77	205,031	73	3.27085	327,1	30,573
27	.50953	50,95	196,259	74	3.48741	348,7	28,675
28	.53171	53,17	188,072	75	3.73205	373,2	26,795
29	.55431	55,43	180,404	76	4.01078	401,1	24,933
30	.57735	57,74	173,205	77	4.33148	433,2	23,087
31	.60086	60,09	166,428	78	4.70463	470,5	21,256
32	.62487	62,49	160,033	79	5.14455	514,5	19,438
33	.64941	64,94	153,986	80	5.67128	567,1	17,633
34	.67451	67,45	148,256	81	6.31375	631,4	15,838
35	.70021	70,02	142,814	82	7.11537	711,5	14,054
36	.72654	72,65	137,639	83	8.14435	814,4	12,278
37	.75355	75,36	132,705	84	9.51436	951,4	10,510
38	.78129	78,13	127,993	85	11,43005	1143,0	8,749
39	.80978	80,98	123,490	86	14,30067	1430,0	6,993
40	.83910	83,91	119,175	87	19,08114	1908,1	5,241
41	.86929	86,93	115,036	88	28,63625	2863,7	3,492
42	.90040	90,04	111,062	89	57,28996	5729,0	1,746
43	.93252	93,25	107,236	90			0,000
44	.96569	96,57	103,553				
45	1.00000	100,0	100,000				
46	1.03553	103,6	96,569				
47	1.07237	107,2	93,251				

Para obter-se os espaçamentos horizontais entre curvas de nível (b), referentes às equidistâncias

(c) de 1m, 2m, 5m, 10m, 20m, 40m e 50m, a partir dos valores obtidos para equidistâncias de 100 metros, serão suficientes os seguintes cálculos, como por exemplo, para um declive de 6°, onde:

c = 100m e,
b = 951,475m
Teremos:

(c) equidistância	cálculo	(b) espaçamento horizontal
1 m	951,475 ÷ 100 =	9,5 m
2 m	951,475 ÷ 50 =	19,0 m
5 m	951,475 ÷ 20 =	47,6 m
10 m	951,475 ÷ 10 =	95,2 m
20 m	951,475 ÷ 5 =	190,3 m
40 m	951,475 ÷ 2,5=	380,6 m
50 m	951,475 ÷ 2 =	475,7 m

Os diversos valores de espaçamento obtidos para diferentes equidistâncias de curvas de nível, poderão, então, ser reduzidos para as várias escalas de cartas topográficas.

Tomemos, ainda, como exemplo, uma superfície com inclinações de 6°, onde, para uma equidistância de curvas de nível de 20 metros equivale um espaçamento horizontal das curvas no terreno de 190,3 metros.

Se quisermos saber que tamanho terá este segmento nos diferentes padrões de escalas, basta calcular:

Escala	Cálculo	Valor b em escala
1/ 1.000	190,3 ÷ 1 =	190 mm
1/ 2.000	190,3 ÷ 2 =	95 mm
1/ 5.000	190,3 ÷ 5 =	38 mm
1/ 10.000	190,3 ÷ 10 =	19 mm
1/ 20.000	190,3 ÷ 20 =	9,5 mm
1/ 25.000	190,3 ÷ 25 =	7,6 mm
1/ 40.000	190,3 ÷ 40 =	4,8 mm
1/ 50.000	190,3 ÷ 50 =	3,8 mm
1/100.000	190,3 ÷ 100 =	1,9 mm

BIBLIOGRAFIA PARA CONSULTA

DE BIASI, M. — Cartas de declividade: confecção e utilização. USP, IGEOG, Geomorfologia 21, São Paulo, 1970, pp. 8-13.

YOUNG, A. — Slopes. Geomorph. Texts 3. NY, Longman Inc., 1975, 228 p.

LIBAULT, A. — Geocartografia. São Paulo; Ed. Nacional, Ed. da Univ. de São Paulo; 1975; pp. 333-335.

TRICART, J.; ROCHEFORT, M.; RIMB9RT, S. — Iniciation aux travaux pratiques de Géographie. SEDES, 3º ed., 1967, pp. 46-81.